א. בשתי הצעות המחיר מדובר בסדרות חשבוניות, באחת עולה ובשנייה יורדת.

מספר התשלומים בהצעה II גדול ב- 2 מזה שבהצעה I.

נרכז הנתונים בטבלה מתאימה.

	הצעה I	הצעה II
A_1	180	195
D	$+15$	-15
N	n	$n+2$

בשתי ההצעות היה לשואב האבק אותו המחיר, לכן: $S_{n+2}^{\mathrm{II}} = S_n^{\mathrm{I}}$

$$\frac{(n+2)\left[2\cdot 195-15(n+2-1)\right]}{2}=\frac{n\left[2\cdot 180+15(n-1)\right]}{2} \quad / \cdot 2$$

$$(n+2)(390-15(n+1)=n(360+15n-15)$$

$$(n+2)(375-15n)=360n+15n^2-15n$$

$$375n-15n^2+750-30n=15n^2+345n$$

$$0=30n^2-750$$

$$25=n^2$$

$$n=5 \quad \cancel{n=-5}$$

הפתרון השני שלילי ולכן נפסל.

לכן מספר התשלומים בהצעה I הוא חמישה בהצעה II הוא שבעה.

תשובה: שבעה תשלומים.

ב. נמצא את מחירו של שואב האבק, כלומר את S_5^{I} .

$$S_5^{\mathrm{I}}=\frac{5(2\cdot 180+15\cdot(5-1))}{2}$$

$$\boxed{S_5^{\mathrm{I}}=1,050}$$

תשובה: מחירו של שואב האבק הוא $1,050$ שקלים.

א. בסיס הפירמידה SABCD **הוא ריבוע, שאורך צלעו** a.

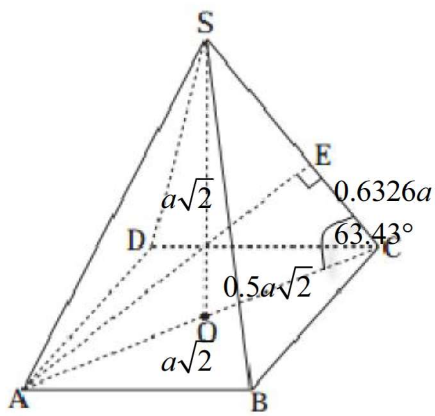
על פי משפט פיתגורס, ב- ΔABC , $a\sqrt{2}$ **ס"מ** $= AC$.

בפירמידה ישרה גובה הפירמידה, SO**, יורד למפגש אלכסוני הריבוע, שהוא מרכז המעגל החוסם.**

נתון כי הגובה שווה לאלכסון הבסיס ולכן $a\sqrt{2}$ **ס"מ** $= SO$.

האלכסונים חוצים זה את זה בריבוע, לכן $0.5a\sqrt{2}$ **ס"מ** $= CO$.

נחשב את הזווית, שבין המקצוע הצדדי SC **לבסיס הפירמידה,** $\sphericalangle SCO$**.**



$\underline{\Delta SCO}$

$$\tan \sphericalangle SCO = \frac{SO}{CO}$$

$$\tan \sphericalangle SCO = \frac{a\sqrt{2}}{0.5a\sqrt{2}} = 2$$

$$\boxed{\sphericalangle SCO = 63.43°}$$

תשובה: הזווית היא בת $63.43°$ **.**

ב. נתון כי $AE \perp SC$

$\underline{\Delta AEC}$

$$\cos \sphericalangle ACE = \frac{EC}{AC}$$

$$\cos 63.43° = \frac{EC}{AC}$$

$$a\sqrt{2}\cos 63.43° = EC$$

$$\boxed{EC = 0.6326a}$$

תשובה: $0.6326a$ **ס"מ** $= EC$ **.**

ג. נתון כי שטח המשולש AEC **הוא** 40 **סמ"ר.**

$$S_{\Delta AEC} = \frac{AC \cdot EC \cdot \sin \sphericalangle ACE}{2}$$

$$40 = \frac{a\sqrt{2} \cdot 0.6326a \cdot \sin 63.43°}{2}$$

$$40 = 0.4001a^2$$

$$99.98 = a^2$$

$$a = \sqrt[2]{99.98}$$

$$\boxed{a \approx 10cm}$$

תשובה: 10 **ס"מ** $= a$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-2}{e^{2x}}$ **. המכנה חיובי לכל** x **.**

תשובה: הפונקציה מוגדרת לכל x **.**

ב. (1) שתי הצבות במחשבון ומסקנות: $f(-10)=4.8\cdot 10^{10}\to +\infty$, $f(10)=2\cdot 10^{-7}\to +0,$ **,**

לכן $y=0$ **אסימפטוטה אופקית עבור** $x\to +\infty$ **.**

נמצא את שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן :

$$f'(x)=\frac{2xe^{2x}-(x^2-2)\cdot 2e^{2x}}{(e^{2x})^2}$$

$$f'(x)=\frac{2e^{2x}(x-(x^2-2))}{(e^{2x})^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2(-x^2+x+2)}{e^{2x}}}$$

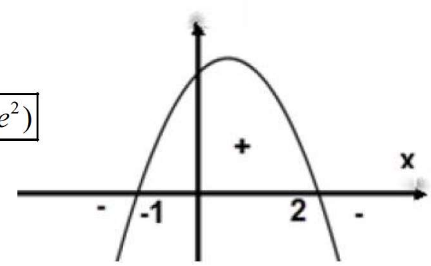
$$0=-x^2+x+2$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot(-1)\cdot 2}}{2\cdot(-1)}$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 3}{-2}$$

$$x_1=\frac{-1+3}{-2}=\frac{2}{-2}=-1 \quad\to y=\frac{(-1)^2-2}{e^{2\cdot(-1)}}=-e^2\to\boxed{(-1,-e^2)}$$

$$x_2=\frac{-1-3}{-2}=\frac{-4}{-2}=2 \quad\to y=\frac{2^2-2}{e^{2\cdot 2}}=\frac{2}{e^4}\to\boxed{(2,\frac{2}{e^4})}$$



גרף מונה הנגזרת (המכנה חיובי) הוא של פרבולה בעלת מקסימום.

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה וסוג הקיצון.

x		2		-1	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
מסקנה	↘	**Max**	↗	**Min**	↘

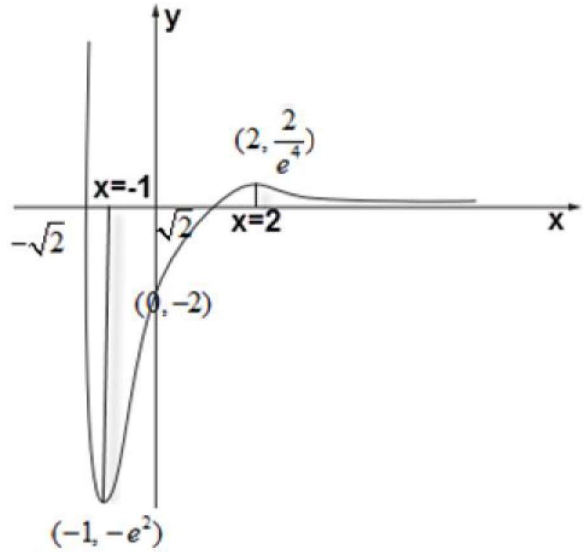
תשובה: $(-1,-e^2)$ **מינימום ,** $(2,\frac{2}{e^4})$ **מקסימום.**

(2) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ומתקבל** $x^2=2$ **ובהתאם** $(\sqrt{2},0),(-\sqrt{2},0)$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ומתקבל** $f(0)=\frac{0^2-2}{e^{2\cdot 0}}=-2\quad\to(0,-2)$ **.**

תשובה: $(\sqrt{2},0)$, $(-\sqrt{2},0)$ **,** $(0,-2)$**.**

(3) הסקיצה המתאימה, כולל האנכים מנקודות הקיצון לציר ה- x עבור סעיף ג.



ג. המרחק בין שני האנכים, $x=2$ **ו-** $x=-1$ **הוא** $2-(-1)=3$**.**

תשובה: המרחק הוא 3**.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=a\sin(2x)-\cos x$ **בתחום** $0\le x\le 2\pi$.

לפונקציה יש נקודת קיצון , פנימית, שבה $x=\frac{7\pi}{6}$ **ולכן מתקיים** $f'(\frac{7\pi}{6})=0$.

$$f'(x)=2a\cos(2x)+\sin x$$
$$0=2a\cos(2\cdot\frac{7\pi}{6})+\sin\frac{7\pi}{6}$$
$$0=a-0.5$$
$$\boxed{a=0.5}$$

תשובה: $a=0.5$.

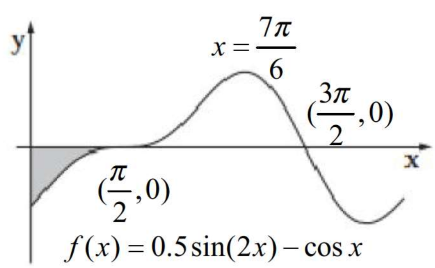
ב. נציב $a=0.5$ **והפונקציה הנחקרת היא** $f(x)=0.5\sin(2x)-\cos x$ **בתחום** $0\le x\le 2\pi$.

(1) נמצא את שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x **, בהן מתקיים** $f(x)=0$.

$$0=0.5\sin(2x)-\cos x$$
$$0=0.5\cdot 2\sin x\cos x-\cos x$$
$$0=\cos x(\sin x-1)$$
$$\cos x=0 \qquad \sin x=1$$
$$x=\frac{\pi}{2}+\pi k \quad x=\frac{\pi}{2}+2\pi k$$
$$x=\frac{\pi}{2}\ \rightarrow \boxed{(\frac{\pi}{2},0)},\quad x=\frac{3\pi}{2}\ \rightarrow \boxed{(\frac{3\pi}{2},0)}$$

תשובה: $(\frac{\pi}{2},0)$ **,** $(\frac{3\pi}{2},0)$.

(2) נחשב את השטח האפור.



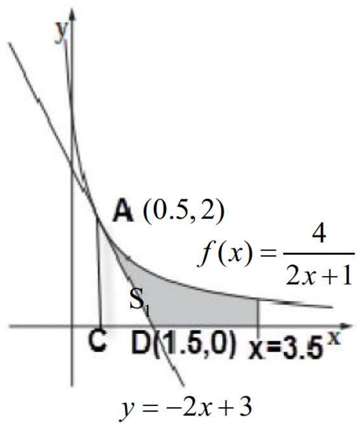
$$S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(0-(0.5\sin 2x-\cos x))\,dx$$
$$S=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(-0.5\sin 2x+\cos x)\,dx$$
$$S=(\frac{\cos 2x}{4}+\sin x)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$S=(\frac{\cos(2\cdot\frac{\pi}{2})}{4}+\sin\frac{\pi}{2})-(\frac{\cos(2\cdot 0)}{4}+\sin\frac{0}{2})$$
$$S=0.75-0.25$$
$$\boxed{S=0.5}$$

תשובה: גודל השטח האפור הוא 0.5 .

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4}{2x+1}$ **, בתחום** $x>-0.5$.

(1) העבירו משיק לגרף הפונקציה. שיפוע המשיק הוא -2 **, לכן בנקודת ההשקה מתקיים** $f'(x)=-2$.

$$f'(x)=-\frac{4\cdot 2}{(2x+1)^2}$$
$$-2=-\frac{8}{(2x+1)^2}$$
$$(2x+1)^2=4$$
$$2x+1=2 \qquad 2x+1=-2$$
$$2x=1 \qquad 2x=-3$$
$$\boxed{x=0.5} \qquad \cancel{x=-1.5} \quad \leftarrow x>-0.5$$
$$f(0.5)=\frac{4}{2\cdot 0.5+1}=2 \quad \rightarrow \boxed{(0.5,2)}$$



תשובה: שיעורי נקודת ההשקה הם $(0.5,2)$.

(2) נמצא את משוואת המשיק בנקודה $(0.5,2)$ **ששיפועו** -2 .

משוואת המשיק היא $\boxed{y=-2x+3}$ $\rightarrow$ $y-2=-2(x-0.5)$.

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-2x+3$.

ב. נמצא את שיעורי נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x **:**

$$0=-2x+3 \quad \rightarrow 2x=3 \quad \rightarrow x=1.5 \quad \rightarrow \mathrm{D}(1.5\,,0)$$

נוריד אנך AC **מנקודת ההשקה לציר ה-** x .

שטח $\Delta\mathrm{ACD}$ **:** $S_{\Delta\mathrm{ACD}}=\frac{1\cdot 2}{2}=1$

$$\mathrm{S}_1=\int_{0.5}^{3.5}\left(\frac{4}{2x+1}-0\right)dx$$
$$\mathrm{S}_1=\left.\frac{4\ell n|2x+1|}{2}\right]_{0.5}^{3.5}$$
$$\mathrm{S}_1=2\ell n|2\cdot 3.5+1|-2\ell n|2\cdot 0.5+1|$$
$$\mathrm{S}_1=2\ell n 8-2\ell n 2=2\ell n\frac{8}{2}$$
$$\mathrm{S}_1=2\ell n 4$$

	S_1
פונקציה עליונה	$f(x)=\frac{4}{2x+1}$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x **גדול**	$x=3.5$
x **קטן**	$x=0.5$

ובהתאם, גודל השטח המקווקו: $\boxed{2\ell n 4-1}$

תשובה: $2\ell n 4-1\approx 1.773$.