א. נסמן ב- x את המהירות (קמ"ש) של רוכב האופנוע,
ו ב- y את המהירות (קמ"ש) של רוכב האופניים.

יש למצוא את היחס $\frac{x}{y}$.

כיוון שהם יצאו באותו זמן ונסעו 3 שעות עד הפגישה,
הרי שאורך כל הדרך שבין הישובים היא $3x+3y$.

רוכב האופנוע עובר $\frac{2}{3}$ מהדרך, כלומר $\frac{2}{3}(3x+3y)=2x+2y$, במהירות x ובזמן $\frac{2x+2y}{x}=2+\frac{2y}{x}$.

רוכב האופניים עובר $\frac{1}{4}$ מהדרך, כלומר $\frac{1}{4}\cdot(3x+3y)=0.75x+0.75y$,

במהירות y ובזמן $\frac{0.75x+0.75y}{y}=\frac{0.75x}{y}+0.75$.

רוכב האופנוע עובר את המרחק האמור ב- 1.25 שעות פחות מזה של רוכב האופניים.
המשוואה המתאימה:

$$2+\frac{2y}{x}+1.25=\frac{0.75x}{y}+0.75 \quad / \boxed{t=\frac{x}{y}}$$

$$\frac{2}{t}+2.5=075t \quad / \cdot t>0$$

$$0.75t^2-2.5t-2=0$$

$$t=4 \qquad \cancel{t=-\frac{2}{3}}$$

$$\boxed{\frac{x}{y}=4}$$

תשובה: מהירות רוכב האופנוע גדולה פי 4 מזו של מהירות רוכב האופניים.

ב. עד לפגישה נסע רוכב האופנוע 3 שעות ועבר מרחק הגדול פי 4 מזה של רוכב האופניים.
לכן נשארה לו רק חמישית מהדרך,
אותה יעבור ברבע מהזמן שכבר רכב (כי כבר עבר ארבע חמישיות מהדרך),
כלומר ב- 0.75 שעות $=\frac{1}{4}\cdot 3$.

הזמן שעובר את כל הדרך הוא 3.75 שעות $=3+0.75$.
תשובה: רוכב האופנוע עובר ב- 3.75 שעות את כל הדרך שבין שני היישובים.

א. נתון כי בסדרה הנדסית: $a_4 - a_3 = 4(a_2 - a_1)$ **ו-** $a_6 = a_1 + 31$ **.**

$$a_4 - a_3 = 4(a_2 - a_1)$$
$$a_1q^3 - a_1q^2 = 4(a_1q - a_1) \quad / : a_1 \neq 0$$
$$q^2(q-1) = 4(q-1) \quad / : q-1 \neq 0$$
$$q^2 = 4$$
$$\boxed{q = 2}$$

מנת הסדרה היא 2**, כי הסדרה עולה.**

$$a_6 = a_1 + 31$$
$$a_1q^5 = a_1 + 31$$
$$a_1 \cdot 2^5 = a_1 + 31$$
$$\boxed{a_1 = 1}$$

תשובה: מנת הסדרה היא 2**, האיבר הראשון הוא** 1.

ב. (1) על מנת להוכיח שסדרה a_n הנדסית, יש להראות כי המנה $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ קבועה לכל n טבעי.

נתונה סדרה חדשה: $\text{I.}\quad b_n = a_n \cdot a_{n+1}$

נשים לב שמספר האיברים בה קטן באחד ממספר האיברים בסדרה הנתונה,

כי כל איבר בה דורש את האיבר העוקב בסדרה הנתונה (a_{n+1}).

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_{n+1} \cdot a_{n+2}}{a_n \cdot a_{n+1}}$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = q_a \cdot q_a = {q_a}^2$$

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = 2^2 = 4$$

$$b_1 = a_1 \cdot a_2 = 1 \cdot 2 = 2$$

כיוון שהאיבר הראשון חיובי והמנה גדולה מ- 1**, הרי שזו סדרה הנדסית עולה.**

ולכן סדרה I **הנדסית עולה ומנתה** 4.

נתונה סדרה חדשה: $\text{II.}\quad c_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} + \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$

נשים לב שמספר האיברים בה קטן באחד ממספר האיברים בסדרה I**,**

כי כל איבר בה דורש את האיבר שלאחר שני איברים בסדרה המקורית (a_{n+2}**).**

$$c_n = \frac{a_{n+1}}{a_n} + \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$$

$$c_n = q_a + q_a = 2q_a = 2 \cdot 2 = 4$$

כלומר, סדרה זו קבועה וכל האיברים בה שווים ל- 4.

תשובה: סדרה I **הנדסית עולה (ומנתה** 4**). סדרה** II **אינה סדרה הנדסית עולה (אלא קבועה).**

(2) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה I **הוא** 2730.

$$S_n^{\text{I}} = 2730$$

$$\frac{2 \cdot (4^n - 1)}{4 - 1} = 2730$$

$$4^n = 4096$$

$$\boxed{n = 6}$$

תשובה: מספר האיברים בסדרה I **הוא** 6.

(3) כאמור, מספר האיברים בסדרה II **קטן באחד ממספר האיברים בסדרה** I.

כלומר בסדרה II **חמישה איברים, שכל אחד מהם הוא** 4 **ולכן סכומה** 20.

תשובה: סכום כל האיברים בסדרה II **הוא** 20.

א. נסמן ב- $p50$ את ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל במשחק בודד.

דן משחק חמישה משחקים במכונת המזל.

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n=5$, $p=p50$.

נתון כי ההסתברות שיזכה ב- 50 שקל בדיוק פעמיים, שווה להסתברות שיזכה 50 שקל בדיוק פעם אחת.

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי:

$$P_5(2)=P_5(1)$$

$$\binom{5}{2}\cdot p50^2\cdot(1-p50)^{5-2}=\binom{5}{1}\cdot p50^1\cdot(1-p50)^{5-1}$$

$$\frac{5!}{2!(5-2)!}\cdot p50^2\cdot(1-p50)^3=\frac{5!}{1!(5-4)!}\cdot p50\cdot(1-p50)^4 \quad /:p50\cdot(1-p50)^3\neq 0$$

$$10\cdot p50=5\cdot(1-p50)$$

$$2p50=1-p50$$

$$\boxed{p50=\frac{1}{3}}$$

תשובה: ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל במשחק בודד היא $\frac{1}{3}$.

ב. ההסתברות שדן לא יזכה באף משחק היא $\frac{1}{32}$,

כלומר $p(0)^5=\frac{1}{32}$, וההסתברות שלא יזכה כלל במשחק בודד היא $\frac{1}{2}$.

לכן, ההסתברות שדן יזכה ב 100 שקל במשחק בודד היא כלומר $p(100)=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$.

תשובה: ההסתברות שדן יזכה ב 100 שקל במשחק בודד היא $\frac{1}{6}$.

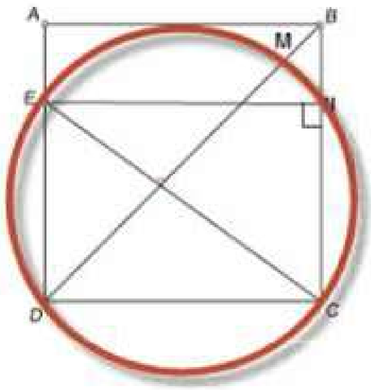
ב. ידוע שלאחר שדן שיחק שני משחקים הוא זכה ב- 100 שקל בדיוק.

יש למצוא את ההסתברות שהוא לא זכה ב- 50 שקל באף אחד מהמשחקים,

כלומר, או שזכה ב- 100 שקל במשחק הראשון ובשני לא זכה כלל, או להפך.

$$p(didn't\ win\ 50\ /\ won\ 100\ )=\frac{P(didn't\ win\ 50\cap won\ 100)}{P(won\ 100)}=\frac{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}}{\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{18}}=\frac{3}{5}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{3}{5}$.



<u>נתונים</u>

1. $ABCD$ **ריבוע**

2. E,C,D,N,M **נקודות על המעגל**

צ"ל: א. $CD = EN$

ב. DM **קצר, ארוך או שווה ל-** CE

ג. $BM \cdot BD = AE \cdot AD$

הסבר		טענה	נימוק
1	3	$ABCD$ ריבוע	נתון
3	4	$\sphericalangle EDC = \sphericalangle DCN = 90°$	זוויות הריבוע ישרות
2	5	E,C,D,N,M נקודות על המעגל	נתון
5	6	$\sphericalangle ENC = 90°$	זוויות נגדיות במרובע חסום במעגל $DCNE$ משלימות ל- $180°$
4, 6	7	$DCNE$ מלבן	מרובע עם שלוש זוויות ישרות
7	8	$CD = EN$	צלעות נגדיות שוות במלבן
		מ.ש.ל. א	
4	9	CE קוטר במעגל	נשען על זווית היקפית ישרה
4	10	$\sphericalangle DCM < 90°$	החלק קטן מהשלם
10	11	DM אינו קוטר במעגל	אינו נשען על זווית היקפית ישרה
9, 11	12	$DM < CE$	הקוטר הוא המיתר הגדול ביותר
		מ.ש.ל. ב	
2	13	$BM \cdot BD = BN \cdot BC$	אם מנקודה יוצאים שני חותכים למעגל, אז מכפלות החותכים בחלקם החיצוני שוות
3	14	$BC = AD$	צלעות נגדיות שוות בריבוע
8, 14	15	$BN = AE$	כלל החיסור
13, 14, 15	16	$BM \cdot BD = AE \cdot AD$	הצבה
		מ.ש.ל. ג	

א. ΔABC **שווה שוקיים (** $AB = AC$ **),** $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB = 2\alpha$ **,** $\sphericalangle BAC > 90°$ **,** E **מפגש חוצי זוויות.**

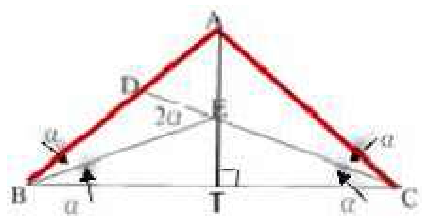
$\sphericalangle ECD = \sphericalangle EBC = \sphericalangle DBE = \alpha$ **.**

$\sphericalangle DEB = 2\alpha$ **(זווית חיצונית ל-** ΔEBC **שווה לסכום שתי זווית פנימיות שלא צמודות לה).**

$EB = EC$ **(מול זוויות שוות צלעות שוות** ΔEBC**).**

נתון: $\frac{EC}{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2\sin\alpha}$

ΔDBE **לפי משפט הסינוסים**



$$\frac{EB}{\sin(180° - 3\alpha)} = \frac{DE}{\sin\alpha}$$

$$\frac{EC}{DE} = \frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha} \quad \leftarrow EB = EC$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2\sin\alpha} = \frac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 3\alpha$$

$$3\alpha = 60° + 360°k \qquad 3\alpha = 120° + 360°k$$

$$\boxed{\alpha = 20°} \qquad \cancel{\alpha = 40°} \quad \rightarrow \sphericalangle BAC < 90° \ \textit{false}$$

תשובה: $\alpha = 20°$ **.**

ב. $ED = r$ **, רדיוס מעגל חסום (** AD **עובר במפגש חוצה זוויות ולכן גם גובה לבסיס, וגם תיכון).**

$\underline{\Delta ETC}$

$$\tan 20° = \frac{ET}{TC}$$

$$TC = \frac{r}{\tan 20°}$$

$$\boxed{TC = 2.747r}$$

$$\boxed{BC = 5.495r} \quad \leftarrow BT = TC$$

ΔABC **לפי משפט הסינוסים**

$$\frac{BC}{\sin 100°} = 2R$$

$$\frac{5.495r}{2\sin 100°} = R$$

$$R = 2.79r$$

$$\boxed{\frac{R}{r} = 2.79}$$

תשובה: היחס בין רדיוס המעגל החוסם לרדיוס המעגל החסום, ב- ΔABC **, הוא** 2.79**.**

ג. נתון: $R - r = 2$ **ס"מ** .

לפי סעיף ב: $R = 2.79r$.

לכן:

$$R - r = 2$$
$$2.79r - r = 2$$
$$\boxed{r = 1.117\,cm}$$

$\underline{\Delta ATC}$

$$\tan 40° = \frac{AT}{TC}$$
$$2.747r\tan 40° = AT$$
$$2.747 \cdot 1.117 \cdot \tan 40° = AT$$
$$\boxed{AT = 2.575\,cm}$$
$$AE = AT - ET$$
$$AE = AT - r$$
$$AE = 2.575 - 1.117$$
$$\boxed{AE = 1.458\,cm}$$

תשובה: $AE = 1.458$ **ס"מ** .

א. נתונה הפונקציה $f(x)=a\sin^2 x+b\cos 4x$ **, בתחום** $0\le x\le \frac{2\pi}{3}$ **,** a,b **פרמטרים ,** $\underline{b<0}$ **.**

לפונקציה נקודת קיצון פנימית בנקודה שבה $x=\frac{\pi}{3}$ **, ולכן** $f'(\frac{\pi}{3})=0$ **.**

$$f(x)=a\sin^2 x+b\cos 4x$$
$$f'(x)=2a\sin x\cos x-4b\sin 4x$$
$$0=2a\sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{3}-4b\sin\frac{4\pi}{3}$$
$$0=2a\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2}-4b\cdot(-\frac{\sqrt{3}}{2})\quad /:\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$0=a+4b$$
$$\sin 2x+\sin 4x=0$$
$$\sin 2x=-\sin 4x$$
$$\sin 2x=\sin(-4x)$$
$$\boxed{a=-4b}$$

נציב $a=-4b$ **ובהתאם:** $f(x)=-4b\sin^2 x+b\cos 4x$.

נקודות קצה: $(0,b)$ **,** $(\frac{2\pi}{3},-3.5b)$ **(נשים לב שהראשונה מתחת לציר ה-** $(0,b)$ **והשנייה מעליו - כי** $\underline{b<0}$**).**

נמצא את שיעורי נקודות הקיצון הפנימיות.

$$f(x)=b\cdot(-4\sin^2 x+\cos 4x)$$
$$f'(x)=b\cdot(-8\sin x\cos x-4\sin 4x)$$
$$\boxed{f'(x)=-4b\cdot(\sin 2x+\sin 4x)}$$
$$\sin 2x+\sin 4x=0$$
$$\sin 2x=-\sin 4x$$
$$\sin 2x=\sin(-4x)$$

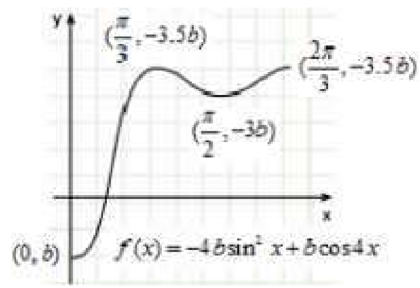
$$2x=-4x+2\pi k \qquad 2x=\pi+4x+2\pi k$$
$$x=\frac{\pi}{3}k \qquad x=-\frac{\pi}{2}$$
$$k=0 \qquad k=1$$
$$\boxed{(\frac{\pi}{3},-3.5b)} \qquad \boxed{(\frac{\pi}{2},-3b)}$$

נבנה טבלת עלייה ירידה, תוך שימוש בערכי הפונקציה (נזכור $\underline{b<0}$) .

x	$\frac{2\pi}{3}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{3}$		0
$f(x)$	$-3.5b$		$-3b$		$-3.5b$		b
מסקנה	**Max**	↗	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**

תשובה: $(0,b)$ **מינימום ,** $(\frac{2\pi}{3},-3.5b)$ **מקסימום,** $(\frac{\pi}{2},-3b)$ **מינימום** $(\frac{\pi}{3},-3.5b)$ **מקסימום.**

ב. הסקיצה המתאימה של $f(x)=-4b\sin^2 x+b\cos 4x$ **.**

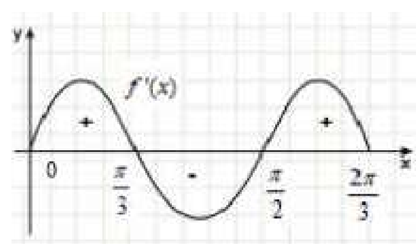


ג. על פי תחומי העלייה והירידה של $f(x)$ **, ניתן לקבוע את תחומי החיוביות/ השליליות של** $f'(x)$ **.**

הם חיוביים עבור $0<x<\frac{\pi}{3}$ **או** $\frac{\pi}{2}<x<\frac{2\pi}{3}$ **, ושליליים עבור:** $\frac{\pi}{3}<x<\frac{\pi}{2}$**.**

נחשב את ערכי $f'(x)$ **בקצוות, ונקבל** $(0,0)$ **,** $(\frac{2\pi}{3},0)$ **כנקודות קצה.**

הסקיצה המתאימה:



ד. (1) נחשב את האינטגרל המסוים.

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} f''(x)\,dx = f'(x)\Big]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} = f'(\frac{2\pi}{3}) - f'(\frac{\pi}{2}) = 0 - 0 = 0$$

תשובה: $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} f''(x)\,dx = 0$ **.**

(2) בנקודה שבה $x = k$ **, בתחום** $\frac{\pi}{2} < x < \frac{2\pi}{3}$ **, הפונקציה עוברת מקעירות כלפי מעלה לקעירות כלפי מטה,**

כפי שניתן לראות בגרף של הפונקציה בסעיף א.

בתחום $\frac{\pi}{2} \le x \le k$ **פונקציית הנגזרת השנייה חיובית (למעט בקצוות),**

והשטח שמעל ציר ה- x **שווה בערכו ל** S **, על פי הנתון.**

בתחום $k \le x \le \frac{2\pi}{3}$ **פונקציית הנגזרת השנייה שלילית (למעט בקצוות),**

והשטח שמתחת ל- ציר ה- x **גם שווה בערכו ל** S **,**

כי סכום שני השטחים הוא אפס, על פי האינטגרל המסוים שחישבנו בתת סעיף ד(1),

כאשר שטח שמעל לציר הוא "חיובי" ושטח שמעל לציר הוא "שלילי".

תשובה: גודל השטח הוא S **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3-x}}$ **והפונקציה** $g(x)=\frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}$ **.**

(1) נמצא את תחום ההגדרה של $f(x)$ **, כאשר הביטוי בתוך מכנה השורש חיובי, ולכן** $x<3$ **.**

עבור $g(x)$ **הביטוי שבתוך השורש שבמכנה הוא של פרבולה הפוכה, אשר חיובית כאשר** $0<x<3$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה: $f(x)$ **-** $x<3$ **,** $g(x)$ **-** $0<x<3$ **.**

(2) נמצא אסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות.

$x=3$ **מאפס את המכנה של** $f(x)$ **ולא את המונה ולכן הישר** $x=3$ **אסימפטוטה אנכית לציר** x **.**

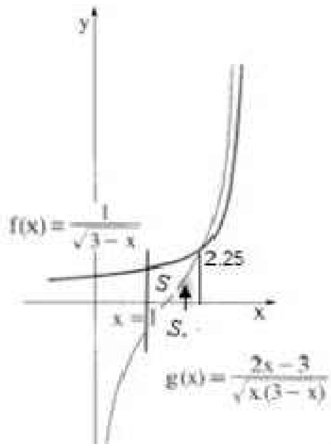
$f(-1000)=\frac{1}{\sqrt{3-(-1000)}}=0.03\to 0$ **ו-** $y=0$ **אסימפטוטה אנכית לציר ה-** y **לשמאל.**

$x=3,x=0$ **מאפסים את המכנה של** $g(x)$ **ולא את המונה ולכן הישרים** $x=3,x=0$ **אסימפטוטות.**

$g(x)$ **מוגדרת בתחום** $0<x<3$ **ולכן אין לה אסימפטוטות אופקיות.**

תשובה: אסימפטוטות המאונכות לצירים: $f(x)$ $y=0\ (x\to-\infty)$ **,** $x=3$ **,** $g(x)$ **,** $x=3,x=0$ **.**

ב. נחשב את שיעור ה- x **של נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.**



$$\frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}=\frac{1}{\sqrt{3-x}}$$
$$\frac{2x-3}{\sqrt{x}\sqrt{3-x}}=\frac{1}{\sqrt{3-x}}$$
$$2x-3=\sqrt{x}\quad /\sqrt{x}=t$$
$$2t^2-t-3=0$$
$$t=1.5\quad\to\sqrt{x}=1.5\quad\to\boxed{x=2.25}$$
$$t=-1\quad\to\sqrt{x}=-1\quad\to not\ o.k.$$

הגרף של $g(x)=\frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}$ **חותך את ציר ה-** x **בנקודה שבה** $x=1.5$ **.**

נחשב את S_*+S **ואת** S_* **, כאשר את** S_* **נחשב על ידי זיהוי הנגזרת הפנימית.**

$$\int_1^{2.25}\frac{1}{\sqrt{3-x}}\,dx=-2\sqrt{3-x}\Big]_1^{2.25}$$

$$\left.\begin{matrix}x=2.25 & -\sqrt{3}\\ x=1 & -2\sqrt{2}\end{matrix}\right\}S_*+S=1.096$$

$$\int_{1.5}^{2.25}\frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}\,dx=\int_{1.5}^{2.25}-\frac{1}{\sqrt{3x-x^2}}\cdot(3-2x)\,dx=-2\sqrt{3x-x^2}\Big]_{1.5}^{2.25}$$

$$\left.\begin{matrix}x=2.25 & \frac{-3\sqrt{3}}{2}\\ x=1.5 & -3\end{matrix}\right\}S_*=0.4019$$

וגודל השטח המבוקש: $S=1.096-0.4019=0.694$ **.**

תשובה: גודל השטח הוא 0.694 **יח"ר.**

ג. שתי הפונקציות, $h(x)=\frac{1}{\sqrt{3-x}}+2$ **ו-** $t(x)=\frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}+2$**,**

הן הזזה אנכית, כלפי מעלה, ב- 2 **יחידות של הפונקציות** $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3-x}}$ **ו-** $g(x)=\frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}$**.**

השטחים המבוקשים, S_1 **ו-** S_2 **שווים זה לזה , כי גודלו של שטח אינו משתנה כאשר מזיזים אותו.**

תשובה: $S_1=S_2$**.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$ **.**

$x=-1$ **מאפס את המכנה ולכן הפונקציה מוגדרת עבור** $x\neq -1$ **.**

$x=-1$ **מאפס את המכנה ולא את המונה, ולכן הישר** $x=-1$ **הוא אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה.**

מעלות המונה והמכנה שוות זו לזו (1) ולכן האסימפטוטה האופקית היא מנת המקדמים $y=\frac{1}{1}=1$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x\neq -1$ **, והאסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים הן:** $x=-1$ **,** $y=1$ **.**

ב. הפונקציה שיש להביא למינימום היא אורך הקטע CD**.**

נקודה C **נמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$ **, ובהתאם שיעוריה** $(t,\frac{t-1}{t+1})$**.**

נקודה D **נמצאת על הישר** $y=2x$ **.**

נביע באמצעות t **את שיעורי הנקודה** D.

מכיוון ו- CD **מקביל לציר ה-** x **, הרי ש-** $y_D=y_C=\frac{t-1}{t+1}$ **.**

נמצא את שיעור ה- x **של הנקודה** D **, על ידי הצבה במשוואת הישר** $y=2x$ **.**

$$2x_{\mathrm{D}}=\frac{t-1}{t+1}\quad\rightarrow x_{\mathrm{D}}=\frac{t-1}{2(t+1)}$$

לא ידוע האם $x_{\mathrm{C}}>x_{\mathrm{D}}$ **, או** $x_{\mathrm{C}}<x_{\mathrm{D}}$ **ולכן :**

$$\mathrm{CD}=\left|t-\frac{t-1}{2(t+1)}\right|$$

$$\mathrm{CD}=\left|\frac{2t(t+1)-(t-1)}{2(t+1)}\right|$$

$$\mathrm{CD}=\left|\frac{2t^2+2t-t+1}{2(t+1)}\right|$$

$$\boxed{\mathrm{CD}=\left|\frac{2t^2+t+1}{2(t+1)}\right|}$$

אם $x_{\mathrm{C}}>x_{\mathrm{D}}$, **וזאת מימין לאסימפטוטה האנכית,** $x=-1$ **, אז עבור** $t>-1$ **:** $\mathrm{CD}=\frac{2t^2+t+1}{2(t+1)}$**.**

אם $x_{\mathrm{C}}<x_{\mathrm{D}}$, **וזאת משמאל לאסימפטוטה האנכית,** $x=-1$ **, אז עבור** $t<-1$ **:** $\mathrm{CD}=-\frac{2t^2+t+1}{2(t+1)}$**.**

(1) נמצא את נקודת הקיצון עבור $t > -1$.

$$\text{CD} = \frac{2t^2 + t + 1}{2(t+1)}$$

$$(\text{CD})' = \frac{(4t+1)(t+1) - (2t^2 + t + 1)}{2(t+1)^2}$$

$$(\text{CD})' = \frac{4t^2 + 4t + t + 1 - 2t^2 - t - 1}{2(t+1)^2}$$

$$\boxed{(\text{CD})' = \frac{2t^2 + 4t}{2(t+1)^2}}$$

$$2t^2 + 4t = 0 \quad \to t = 0, -2$$

מונה הנגזרת הוא טרינום ריבועי של פרבולה ישרה.

עבור $t = 0$ הביטוי עובר משליליות לחיוביות וזו נקודת מינימום.

תשובה: עבור $t > -1$, *אורך הקטע* CD מינימלי כאשר $t = 0$.

(2) נמצא את נקודת הקיצון עבור $t < -1$.

במקרה זה, $\text{CD} = -\frac{2t^2 + t + 1}{2(t+1)}$ שהיא פונקציה נגדית של $\text{CD} = \frac{2t^2 + t + 1}{2(t+1)}$.

לכן,

$$\boxed{(\text{CD})' = \frac{-(2t^2 + 4t)}{2(t+1)^2}}$$

$$2t^2 + 4t = 0 \quad \to t = 0, -2$$

מונה הנגזרת הוא טרינום ריבועי של פרבולה הפוכה.

עבור $t = -2$ הביטוי עובר משליליות לחיוביות וזו נקודת מינימום.

תשובה: תשובה: עבור $t < -1$, *אורך הקטע* CD מינימלי כאשר $t = -2$.

ג. עבור $t > -1$ האורך המינימלי של *הקטע* CD הוא: $\text{CD}(0) = \frac{2 \cdot 0^2 + 0 + 1}{2 \cdot (0+1)} = \frac{1}{2}$.

עבור $t < -1$ האורך המינימלי של *הקטע* CD הוא: $\text{CD}(-2) = -\frac{2 \cdot (-2)^2 + (-2) + 1}{2 \cdot (-2+1)} = 3\frac{1}{2}$.

תשובה: האורך המינימלי של *הקטע* CD הוא $\frac{1}{2}$.