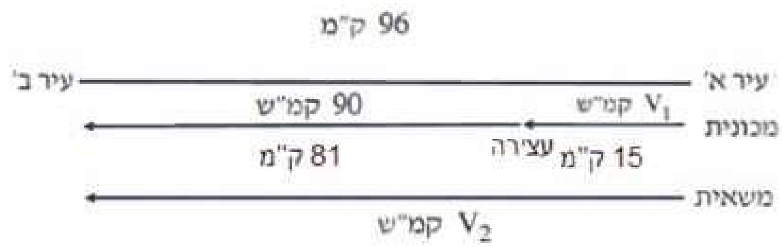
א. מהירות נסיעת המכונית מעיר א', ועד העצירה - v_1 (קמ"ש).

מהירות נסיעת המשאית מעיר א' ועד עיר ב' - v_2 (קמ"ש) .

(בסוגריים, בטבלה, סדר מילוי הטבלה)



		זמן (שעות)	מהירות (ק"מ לשעה)	דרך-מרחק (ק"מ)
מכונית	מעיר א עד העצירה	(3) $\frac{15}{v_1}$	(2) v_1	(1) 15
	עצירה	(4) 0.5	-	-
	מעצירה עד עיר ב	(7) 0.9	(6) 90	(5) 81
משאית	מעיר א עד הפגישה	(10) $\frac{15}{v_2}$	(9) v_2	(8) 15
	כל הדרך	(13) $\frac{96}{v_2}$	(12) v_2	(11) 96

עד המפגש, במהלך עצירת המכוניות, המכונית נסעה שלוש דקות פחות.

לכן, המשוואה המתאימה היא $\frac{15}{v_1}+\frac{1}{20}=\frac{15}{v_2}$ **.**

שני כלי הרכב יצאו ביחד מעיר א', והגיעו באותו הזמן לעיר ב'.

לכן, המשוואה המתאימה היא $\frac{15}{v_1}+0.5+0.9=\frac{96}{v_2}$**.**

נפתור את מערכת המשוואות:

$$-\begin{cases}\frac{15}{v_1}+1.4=\frac{96}{v_2}\\ \frac{15}{v_1}+\frac{1}{20}=\frac{15}{v_2}\end{cases}$$

$$1.35=\frac{81}{v_2}\ \boxed{v_2=60}$$

$$\frac{15}{v_1}+1.4=\frac{96}{60}\quad\rightarrow\frac{15}{v_1}=0.2\quad\rightarrow\boxed{v_1=75}$$

תשובה: $v_1=75$ **,** $v_2=60$**.**

ב. ישן שלוש אפשרויות למצבים בהם המרחק בין שני כלי הרכב הוא 3 ק"מ.

<u>אפשרות ראשונה</u> – בין עיר א' לבין נקודת עצירת המכונית.

עד העצירה עברה המכונית 15 ק"מ , והמשאית עברה 12 ק"מ בזמן של $\frac{12}{60}$, כלומר 12 דקות.

<u>אפשרות שנייה</u> – כאשר המכונית עדיין בעצירה, והמשאית עברה 3 ק"מ, מנקודת עצירת המכונית.

המשאית עברה 3 ק"מ בזמן של $\frac{3}{60}$, כלומר 3 דקות מהפגישה (כאשר המכונית עדיין בעצירה, כמובן),

כלומר עברה 18 דקות מהיציאה לדרך.

<u>אפשרות שלישית</u> – בין נקודת העצירה להגעה לעיר ב'.

המשאית הגיעה לנקודת העצירה בזמן של $\frac{15}{60}$, כלומר 15 דקות מהיציאה לדרך.

המכונית הגיעה לנקודת העצירה בזמן של $\frac{15}{75}$, כלומר 12 דקות מהיציאה לדרך,

ומכאן שהמשיכה בדרכה $0.45 = \frac{27}{60}$ שעות, לאחר המשאית,

כאשר המשאית כבר עברה $27 = 0.45 \cdot 60$ ק"מ .

נסמן ב- t את זמן הנסיעה של שני כלי הרכב, מרגע יציאת המכונית מנקודת העצירה,

ועד שהמרחק ביניהם יהיה שוב 3 ק"מ, כלומר שהמכונית תעבור 24 ק"מ יותר מהמשאית.

המשוואה המתאימה היא:

$$90t = 60t + 24$$
$$30t = 24$$
$$t = 0.8\ hours = 48\ minutes$$

כלומר לאחר שעברו $90 = 48 + 30 + 12$ דקות מהיציאה לדרך.

תשובה: לאחר 12 דקות, או לאחר 18 דקות, או לאחר 90 דקות.

א. a_n **היא סדרה חשבונית. נתון** $a_k = p$ **,** $a_p = k$**, כאשר** $k < p$ **.**

(1) נוכיח שהפרש הסדרה a_n **הוא** -1**.**

$$a_p = a_k + (p-k)d \quad \leftarrow k < p$$
$$k = p + (p-k)d \quad \leftarrow a_p = k\,,\, a_k = p$$
$$k - p = (p-k)d \quad / : p-k \neq 0 \quad \leftarrow k < p$$
$$\boxed{d = -1}$$

תשובה: הוכחנו שהפרש הסדרה a_n **הוא** -1**.**

(2) נביע את a_1 **באמצעות** p **ו-** k **.**

$$a_k = p$$
$$a_1 + d(k-1) = p$$
$$a_1 - 1(k-1) = p$$
$$\boxed{a_1 = p + k - 1}$$

תשובה: $a_1 = p + k - 1$ **.**

א. הסדרה c_n **מוגדרת כך:** $c_n = a_n - n$**, כאשר** $S_6^c = 0$ **.**

(1) נמצא את a_1**.**

$$+\begin{cases} c_1 = a_1 - 1 \\ c_1 = a_2 - 2 \\ \dots \\ c_6 = a_6 - 6 \end{cases}$$
$$0 = S_6^a - (1+2+\dots 6) \quad \leftarrow S_6^c = 0$$
$$0 = \frac{6\left[2a_1 - 1(6-1)\right]}{2} - 21 \quad / : 3$$
$$0 = 2a_1 - 5 - 7$$
$$\boxed{a_1 = 6}$$

תשובה: $a_1 = 6$**.**

(2) נמצא את הערכים האפשריים של p **ו-** k **, כאשר ידוע ש:** $k < p$**, מספרים טבעיים.**

$$a_1 = p + k - 1$$
$$6 = p + k - 1$$
$$7 = p + k$$
$$(p, k) = (6,1), (5,2), (4,3)$$

תשובה: $(p, k) = (6,1), (5,2), (4,3)$**.**

ד. נחשב את הסכום $(c_1-c_2)^2+(c_3-c_4)^2+...+(c_{99}-c_{100})^2$.

$$-\begin{cases} c_n=a_n-n \\ c_{n+1}=a_{n+1}-(n+1) \end{cases}$$

$$c_n-c_{n+1}=a_n-n-\left[a_{n+1}-(n+1)\right]$$

$$c_n-c_{n+1}=a_n-n-a_{n+1}+n+1$$

$$c_n-c_{n+1}=a_n-a_{n+1}+1$$

$$c_n-c_{n+1}=-(-1)+1 \quad \leftarrow d_a=-1$$

$$\boxed{c_n-c_{n+1}=2}$$

בביטוי $(c_1-c_2)^2+(c_3-c_4)^2+...+(c_{99}-c_{100})^2$**,**

מופיע הפרש בין שני איברים עוקבים, בסדרה c_n **,** 50 **פעם, ולכן:**

$$(c_1-c_2)^2+(c_3-c_4)^2+...+(c_{99}-c_{100})^2=50\cdot(2)^2=200$$

תשובה: $(c_1-c_2)^2+(c_3-c_4)^2+...+(c_{99}-c_{100})^2=200$**.**

א. בקופסה יש 12 כדורים. נסמן n - מספר הכדורים הכחולים , ובהתאם $12-n$ הוא מספר הכדורים האדומים.

ההסתברות , ששני הכדורים שהוציאו <u>עם החזרה</u> היו בצבעים שונים, היא $\frac{4}{9}$.

$$\frac{4}{9}=\frac{n}{12}\cdot\frac{12-n}{12}+\frac{12-n}{12}\cdot\frac{n}{12}$$

$$\frac{4}{9}=\frac{n\cdot(12-n)+(12-n)\cdot n}{144} \quad /\cdot 144$$

$$64=2n(12-n)$$

$$2n^2-24n+64=0$$

$$\boxed{n=8},\ \cancel{n=4} \quad \leftarrow n(blue\ balls)>n(red\ balls)$$

תשובה: בקופסה יש 8 כדורים כחולים.

ב. הוסיפו לקופסה כדורים צהובים. נסמן y - מספר הכדורים הצהובים.

ההסתברות , ששני הכדורים שהוציאו <u>עם החזרה</u> היו בצבעים שונים, היא $\frac{4}{9}$,

לכן, ההסתברות ששניהם יהיו בצבעים זהים היא $\frac{5}{9}$.

$$\frac{5}{9}=\frac{8^2}{(y+12)^2}+\frac{4^2}{(y+12)^2}+\frac{y^2}{(y+12)^2}$$

$$\frac{5}{9}=\frac{80+y^2}{(y+12)^2} \quad /\cdot 9(y+12)^2$$

$$5(y+12)^2=9(80+y^2)$$

$$4y^2-120y=0$$

$$\boxed{y=30},\ \cancel{y=0} \quad \leftarrow y\ is\ natural$$

תשובה: הוסיפו לקופסה 30 כדורים צהובים.

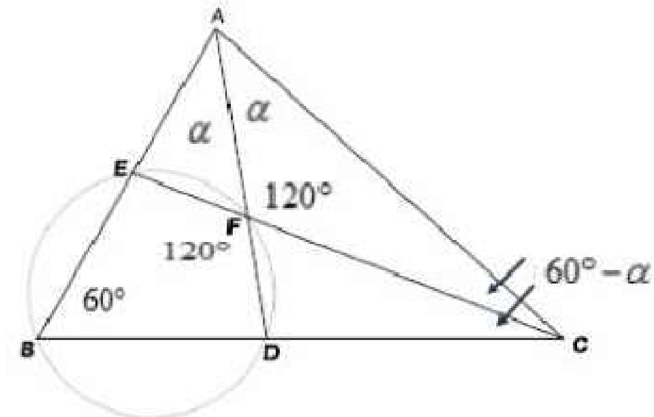
ג. השאירו בקופסה 8 כדורים כחולים ו- 4 כדורים אדומים.

כאשר מוציאים כדור אחר כדור, <u>ללא החזרה</u>, מספר ההוצאות עד לקבלת כדור אדום יעלה על 3 ,

רק אם בשלוש הפעמים הראשונות יוציאו כדור כחול.

$$p(3\ blue\ balls)=\frac{8}{12}\cdot\frac{7}{11}\cdot\frac{6}{10}=\frac{14}{55} .$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{14}{55}$.

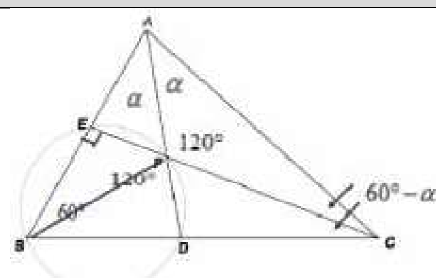


<u>**נתונים**</u>

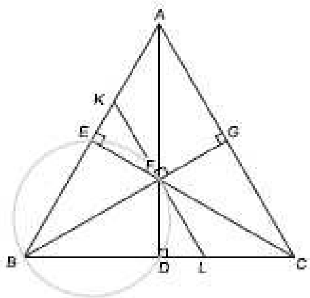
1. $\sphericalangle CAD = \sphericalangle BAD$ **2. ב 3.** $\sphericalangle B = 60°$ **.**
עבור ב. 4. FB **קוטר במעגל החוסם את** $BDFE$ **.**
עבור ד. 5. בנקודה F **עובר משיק למעגל.**

צ"ל: א. $BDFE$ **בר חסימה ב.** ΔABC **שווה צלעות ג.** $FG = R_{BDFE}$ **ד.** $\frac{KL}{AC}$

הסבר		**טענה**	**נימוק**
1	**6**	$\sphericalangle CAD = \sphericalangle BAD = \alpha$	**נתון וסימון**
3	**7**	$\sphericalangle B = 60°$	**נתון**
2, 6, 7	**8**	$\sphericalangle ACE = \sphericalangle BCE = 60° - \alpha$	**נתון וסכום זוויות ב-** ΔABC **הוא** $180°$
7, 8	**9**	$\sphericalangle AFC = 120°$	**סכום זוויות ב-** ΔAFC **הוא** $180°$
9	**10**	$\sphericalangle BFD = 120°$	**זוויות קודקודיות שוות זו לזו**
7, 10	**11**	$BDFE$ **בר חסימה**	**סכום זוויות נגדיות** $180°$
		מ.ש.ל. א	



4	**12**	FB **קוטר במעגל**	**נתון**
9, 10	**13**	$\sphericalangle FEB = 90°$	**זווית היקפית, הנשענת על הקוטר, היא ישרה**
6, 7, 13	**14**	$90° = 2\alpha + 60° - \alpha$	**זווית חיצונית ל-** ΔAEC **שווה לסכום זוויות פנימיות, שלא צמודות לה.**
14	**15**	$\alpha = 30°$	
6, 8, 14	**16**	ΔABC **שווה צלעות**	**כל הזוויות שוות** $60°$
		מ.ש.ל. ב	



במש"ץ חוצי הזוויות מתלכדים עם התיכונים	F מפגש תיכונים ב- ΔABC	17	6, 8, 16
תיכונים חותכים זה את זה ביחס $2:1$ מהקודקוד	$BF = 2FG$	18	16, 17
	$FG = R_{BDFE}$	19	12, 18
מ.ש.ל. ב			
נתון	KFL משיק למעגל	20	5
המשיק מאונך לקוטר בנקודת ההשקה	$\sphericalangle KFB = 90^\circ$	21	12, 20
במש"ץ חוצי הזוויות מתלכדים עם הגבהים	$\sphericalangle AGB = 90^\circ$	22	6, 8, 16
מאונכים לישר שלישי	$KL \parallel AC$	23	21, 22
משפט תאלס הרחבה 1	$\frac{BD}{BC} = \frac{BK}{BA}$	24	23
משפט תאלס הרחבה 1	$\frac{BK}{BA} = \frac{BF}{BG} = \frac{2}{3}$	25	23
כלל המעבר והצבה	$\frac{KL}{AC} = \frac{2}{3}$	26	18, 24, 25
מ.ש.ל. ד			

א. (1) $DFNG$ **טרפז שווה שוקיים , ולכן** $DG = FN$ **וזוויות הבסיס שוות זו לזו.**

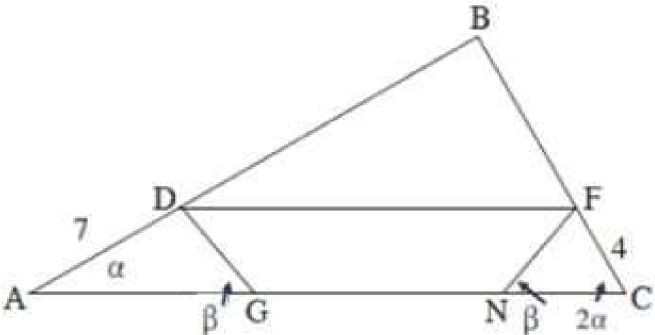
זוויות הבסיס שוות זו לזו בטרפז שווה שוקיים, ולכן $\sphericalangle DGA = \sphericalangle FNC = \beta$ **(זוויות צמודות לזוויות שוות).**

$\underline{\Delta ADG}$ **לפי משפט הסינוסים**

$$\frac{AD}{\sin\beta} = \frac{DG}{\sin\alpha}$$

$$\boxed{\frac{AD}{\sin\beta} = \frac{FN}{\sin\alpha}} \leftarrow DG = FN$$

תשובה: הוכחנו.



(2) נחשב את α **, באמצעות משפט הסינוסים בשני משולשים.**

$$\underline{\Delta ADG}:(1) \quad \frac{AD}{\sin\beta} = \frac{DG}{\sin\alpha}$$

$$\underline{\Delta FCN}:(2) \quad \frac{FC}{\sin\beta} = \frac{FN}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{(1)}{(2)} \qquad \frac{AD}{\sin\beta}\cdot\frac{\sin\beta}{FC} = \frac{DG}{\sin\alpha}\cdot\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{FN}$$

$$\frac{7}{4} = 2\cos\alpha$$

$$\boxed{\alpha = 28.96^\circ}$$

תשובה: $\alpha = 28.96^\circ$ **.**

ב. נתון כי $S_{\Delta BDF} = 56$ **.**

$\sphericalangle BDF = 28.96^\circ \quad , \quad \sphericalangle BFD = 2\cdot 28.96^\circ = 57.91^\circ$ **(זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים).**

$\sphericalangle B = 93.13^\circ$ **(סכום זוויות במשולש** 180°**).**

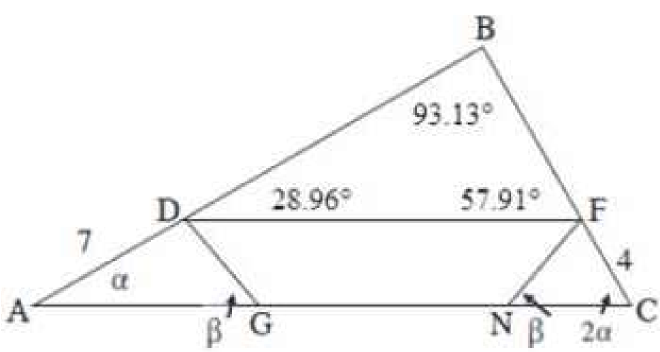
$$S_{\Delta BDF} = \frac{(DF)^2 \sin\sphericalangle BDF \cdot \sin\sphericalangle BFD}{2\sin\sphericalangle B}$$

$$\frac{56\cdot 2\sin 93.13^\circ}{\sin 28.96^\circ\cdot\sin 57.91^\circ} = (DF)^2$$

$$(DF)^2 = 272.62$$

$$\boxed{DF = 16.51}$$

תשובה: $DF = 16.51$ **.**



ג. נחשב את $\frac{R_{\Delta FCN}}{R_{\Delta ADG}}$, באמצעות משפט הסינוסים בשני משולשים.

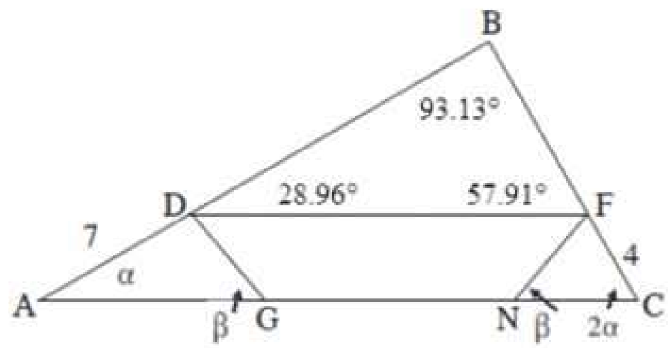
$$\underline{\Delta ADG}:(1)\quad \frac{AD}{\sin\beta}=2R_{\Delta ADG}$$

$$\underline{\Delta FCN}:(2)\quad \frac{FC}{\sin\beta}=2R_{\Delta FCN}$$

$$\frac{(2)}{(1)}\qquad \frac{FC}{\sin\beta}\cdot\frac{\sin\beta}{AD}=\frac{2R_{\Delta FCN}}{2R_{\Delta ADG}}$$

$$\boxed{\frac{4}{7}=\frac{R_{\Delta FCN}}{R_{\Delta ADG}}}$$

תשובה: $\frac{R_{\Delta FCN}}{R_{\Delta ADG}}=\frac{4}{7}$.



א. נתונה הפונקציה: $f(x)=\dfrac{6}{2\cos^2 x-5\cos x-3}$ **, בתחום** $0\le x\le 2\pi$**.**

(1) בתחום ההגדרה המכנה שונה מאפס .

$$2\cos^2 x-5\cos x-3\ne 0$$
$$\cos x\ne 3 \quad o.k.$$
$$\cos x\ne -0.5=\cos\frac{2\pi}{3}$$
$$x\ne \frac{2\pi}{3}+2\pi k \quad \to (k=0)\ \ x\ne \frac{2\pi}{3}$$
$$x\ne -\frac{2\pi}{3}+2\pi k \quad \to (k=1)\ \ x\ne \frac{4\pi}{3}$$

תשובה: $x\ne\frac{4\pi}{3}$ **,** $x\ne\frac{2\pi}{3}$ **,** $0\le x\le 2\pi$ **.**

(2) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, שנתון שאינה קבועה, ונקבע את סוגן.

תחילה נמצא את נקודות הקצה, שתהיינה גם נקודות קיצון.

נקודות קצה : $(0,-1)$ **,** $(2\pi,-1)$ **.**

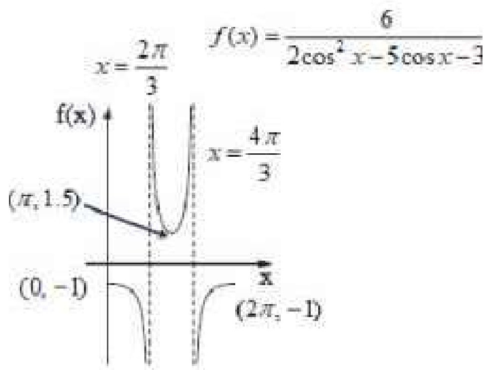
$$f'(x)=\frac{-6\cdot(-4\cos x\sin x+5\sin x)}{(2\cos^2 x-5\cos x-3)^2}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{6\cdot(4\cos x\sin x-5\sin x)}{(2\cos^2 x-5\cos x-3)^2}}$$
$$0=4\cos x\sin x-5\sin x$$
$$0=\sin x(4\cos x-5)$$
$$\sin x=0 \qquad\qquad \cos x=\frac{5}{4}\quad \to\varnothing$$
$$x=\pi k$$
$$x=0\quad\to \boxed{(0,-1)},(edge\ \ points)$$
$$x=\pi\quad\to \boxed{(\pi,1.5)}$$
$$x=\pi\quad\to \boxed{(2\pi,-1)},(edge\ \ points)$$

נבנה טבלה לזיהוי נקודות קיצון המוחלט, בעזרת ערכי הפונקציה .

x	0		$\frac{2\pi}{3}$		π		$\frac{4\pi}{3}$		2π
$f'(x)$		-		-	0	+		+	1
מסקנה	Max	↘		↘	Min	↗		↗	Max

תשובה: $(2\pi,-1)$ **מקסימום ,** $(\pi,1.5)$ **מינימום ,** $(0,-1)$ **מקסימום.**

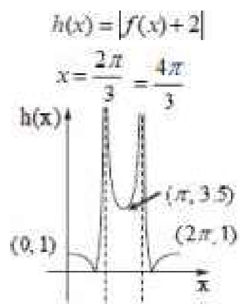
(3) נסרטט את הסקיצה המתאימה , כאשר נשים לב לקיום שתי אסימפטוטות אנכיות, $x=\frac{4\pi}{3}$ **,** $x=\frac{2\pi}{3}$**.**



ב. נתונה הפונקציה: $h(x)=|f(x)+2|$ **, בתחום ההגדרה** $0\le x\le 2\pi$**.**

(1) נסרטט את הסקיצה המתאימה , כאשר נשים לב לשיקולים הבאים.

- **תחום ההגדרה זהה, לזו של** $f(x)$ **, לכן נשארות שתי האסימפטוטות האנכיות.**
- **ראשית, יש הזזה אנכית של** $f(x)$ **שתי יחידות כלפי מעלה,**
  כך שנקודות הקצה תהיינה $(0,1)$ **,** $(2\pi,1)$ **, ותתקבלנה שתי נקודות אפס,**
  ונקודת המינימום הפנימית תהייה $(\pi,3.5)$**.**
- **לאחר מכן, הערך המוחלט הופך את הגרף שמתחת לציר ה-** x **לגרף שמעל ציר זה,**
  כך שנקודות האפס החדשות תהיינה נקודות מינימום.



(2) הישר $y=k$ **חותך את גרף הפונקציה** $h(x)=|f(x)+2|$ **בארבע נקודות שונות, בשני מקרים:**

- **בין ציר ה-** x **לשתי נקודות הקצה, נקבל שתי נקודות חיתוך בתחומים הימני והשמאלי.**
- **מעל נקודת המינימום** $(\pi,3.5)$ **, נקבל שתי נקודות חיתוך מימין למינימום ומשמאל למינימום.**

תשובה: $k>3.5$ **, או** $0<k\le 1$ **.**

ג. נתונה הפונקציה: $g(x)=|f(x)|+2$ **, בתחום ההגדרה** $0\le x\le 2\pi$**.**

הפעם התזוזה של שתי יחידות כלפי מעלה, היא לאחר הערך המוחלט, אולם אין לכך משמעות בתחום שבו הפונקציה הייתה חיובית מלכתחילה, כלומר בתחום $\frac{2\pi}{3}<x<\frac{4\pi}{3}$ **, ולכן בתחום זה** $h(x)=g(x)$**.**

תשובה: הטענה כי $h(x)<g(x)$ **לכל** x **בתחום ההגדרה, אינה נכונה.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3x}{4x^2-1}$ **, שתחום ההגדרה שלה הוא** $x\neq\pm\frac{1}{2}$ **.**

(1) נמצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה:

$$f'(x)=3\cdot\frac{4x^2-1-x\cdot 8x}{(4x^2-1)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=3\cdot\frac{-4x^2-1}{(4x^2-1)^2}}$$

מכנה הנגזרת חיובי, בתחום ההגדרה, ומונה הנגזרת שלילי בתחום זה.

מכאן, שהנגזרת שלילית בתחום ההגדרה.

תשובה: הפונקציה יורדת עבור $x>\frac{1}{2}$ **, או** $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$ **, או** $x<-\frac{1}{2}$ **, עלייה – אף** x **.**

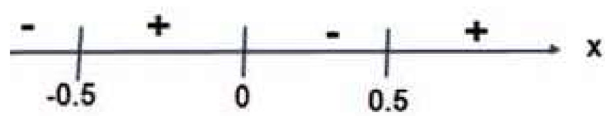
(2) נמצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה:

המונה חיובי עבור $x>0$ **, ושלילי עבור** $x<0$ **.**

הביטוי, במכנה הנגזרת, הוא של פרבולה מחייכת,

ובהתאם חיובי עבור $x>\frac{1}{2}$ **, או** $x<-\frac{1}{2}$ **, ושלילי עבור** $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$ **.**

סימני המונה הם:



תשובה: הפונקציה חיובית עבור $x>\frac{1}{2}$ **, או** $-\frac{1}{2}<x<0$ **, ושלילית עבור** $0<x<\frac{1}{2}$ **, או** $x<-\frac{1}{2}$ **.**

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=\sqrt{\frac{3x}{4x^2-1}}$ **, כאשר הביטוי שבתוך השורש הוא למעשה** $f(x)$ **.**

(1) תחום ההגדרה שלה יהיה על-פי תחומי האי-שליליות של $f(x)$ **וכפוף לתחום ההגדרה של** $f(x)$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x>\frac{1}{2}$ **, או** $-\frac{1}{2}<x\leq 0$ **.**

(2) נמצא את האסימפטוטות, המאונכות לצירים, של $g(x)$ **:**

$x=\pm\frac{1}{2}$ **מאפס מכנה ולא מונה, ולכן הישרים** $x=\frac{1}{2}$ **ו-** $x=-\frac{1}{2}$ **אסימפטוטות מאונכות לציר ה-** x **.**

עבור $x\to+\infty$ **חזקת המכנה (2) גדולה מחזקת המונה (1) ולכן המנה שואפת ל- 0, והפונקציה ל-** $\sqrt{0}=0$ **.**

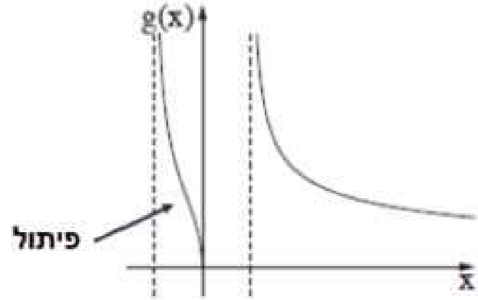
תשובה: אסימפטוטות מאונכות לציר ה- x **:** $x=\frac{1}{2}$ **ו-** $x=-\frac{1}{2}$ **, ולציר ה-** y **-** $y=0$ **עבור** $x\to+\infty$ **.**

ג. נתון כי לפונקציה $g(x)=\sqrt{\frac{3x}{4x^2-1}}=\sqrt{f(x)}$ יש בדיוק נקודת פיתול אחת, שבה $x<0$.

(1) $g'(x)=\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$, ולכן סימני הנגזרת של $g(x)$, במגבלות תחום ההגדרה, זהים לאלו של $f(x)$.

ומכאן ש- $g(x)$ יורדת בתחום $x>\frac{1}{2}$, או $-\frac{1}{2}<x\le 0$, עם נקודת מינימום אחת בראשית (נקודת קצה).

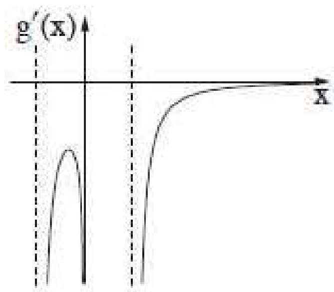
אסימפטוטות מאונכות לציר ה- x: $x=\frac{1}{2}$ ו- $x=-\frac{1}{2}$, ולציר ה- y - $y=0$ עבור $x\to+\infty$, ללא שינוי.



תשובה: השרטוט מעל.

(2) בציור גרף הנגזרת של $g(x)$, נתחשב בשיקולים הבאים:

- תחום ההגדרה הוא $x>\frac{1}{2}$, או $-\frac{1}{2}<x<0$, כי $x=0$ מאפס את מכנה הנגזרת.
- אסימפטוטות מאונכות לציר ה- x: $x=\frac{1}{2}$, $x=0$, ו- $x=-\frac{1}{2}$.
- $g'(x)<0$ בתחום ההגדרה.
- בנקודת הפיתול של $g(x)$, היא עוברת מקעירות כלפי מעלה ($\cup$) לקעירות כלפי מטה ($\cap$), ולכן $g'(x)$ עוברת מעלייה לירידה ומתקבלת נקודת מקסימום, שבה $x<0$.
- עבור $x>\frac{1}{2}$ $g(x)$ קעורה כלפי מעלה ($\cup$), ולכן $g'(x)$ עולה לאסימפטוטה האופקית $y=0$.



ד. נתונה הפונקציה $h(x)=\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{4x^2-1}}$, והפעם לא מתאפשר ששני הביטויים (שבתוך השורשים) יהיו שליליים.

ולכן, נדרש $x\ge 0$ וגם $4x^2-1>0$.

תשובה: תחום ההגדרה הוא $x>\frac{1}{2}$.

א. נמצא את משוואת המשיק לפונקציה $y=-x^2+1$ **, בנקודה שבה** $x=t$ **(**$0<t<1$**).**

נסמן ב- t **את נקודת ההשקה ולכן שיעוריה** $(t,-t^2+1)$ **.**

שיפוע המשיק שווה לערך הנגזרת בנקודה: $y'=-2x \quad \to m=-2t$

משוואת המשיק: $y-(-t^2+1)=-2t(x-t) \quad \to y=-2tx+2t^2-t^2+1 \quad \to \quad \to \boxed{y=-2tx+t^2+1}$ **.**

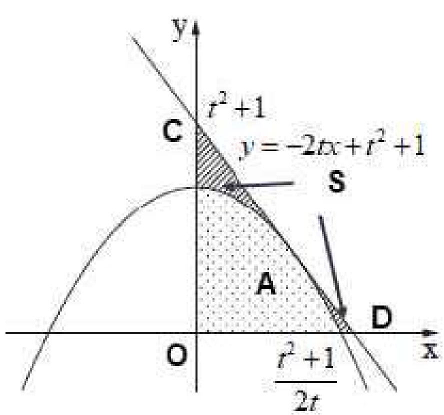
תשובה: הוכחנו שמשוואת המשיק היא $y=-2tx+t^2+1$ **.**

ב. הפונקציה שיש להביא *למינימום* **היא** *השטח* S *(השטח המקווקו בציור).*

כיוון שגודלו של השטח המנוקד הוא קבוע, הרי שדי למצוא את השטח המינימלי של $\Delta\mathrm{COD}$ **.**

$$x_C=0 \quad \to y_C=t^2+1$$

$$y_D=0 \quad \to 0=-2tx+t^2+1 \quad \to 2tx=+t^2+1 \quad \to x_D=\frac{t^2+1}{2t}$$



השטח המבוקש:

$$f(t)=\frac{1}{2}\left(\frac{t^2+1}{2t}\right)(t^2+1)$$

$$\boxed{f(t)=\frac{1}{4}\cdot\frac{(t^2+1)^2}{t}}$$

נמצא נקודת קיצון:

$$f'(t)=\frac{1}{4}\cdot\frac{2(t^2+1)\cdot 2t\cdot t-(t^2+1)^2}{t^2}$$

$$f'(t)=\frac{1}{4}\cdot\frac{(t^2+1)\cdot(4t^2-(t^2+1))}{t^2}$$

$$\boxed{f'(t)=\frac{1}{4}\cdot\frac{(t^2+1)\cdot(3t^2-1)}{t^2}}$$

$$3t^2-1=0$$

$$t=\pm\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \to \boxed{t=\frac{\sqrt{3}}{3}} \quad \leftarrow 0<t<1$$

(t^2+1) **חיובי, המכנה חיובי, ולכן סימן הנגזרת נקבע על פי** $(3t^2-1)$**,**

שהגרף שלו הוא פרבולה מחייכת, שעוברת משלילי לחיובי, עבור $t=\frac{\sqrt{3}}{3}$**,**

ולכן הפונקציה עוברת מירידה לעלייה , ו- $t=\frac{\sqrt{3}}{3}$ **הוא מינימום.**

תשובה: עבור $t=\frac{\sqrt{3}}{3}$ **השטח** S **הוא מינימלי.**

ג. גודלו של השטח המנוקד A הוא קבוע כמובן.

$i)$ **עבור** $t=\frac{\sqrt{3}}{3}$ **השטח** S **הוא מינימלי, ולכן המנה** $\frac{\mathrm{A}}{S}$ **היא מקסימלית – הטענה נכונה.**

$ii)$ **נתון כי** $0<t<1$ **ולכן לפונקציה** $f(t)$ **אין נקודות קצה, ולא קיים ערך מקסימלי לשטח** S**.**

מכאן שאין ערך מינימלי למנה $\frac{\mathrm{A}}{S}$ **– הטענה אינה נכונה.**