א. נסמן ב- x את הזמן (בשעות) הדרוש לפועל ותיק לסיים את העבודה, ו ב- y את מספר השעות של פועל חדש.

יש למצוא את היחס $\frac{y}{x}$, כאשר $y > x$.

חלקי עבודה	הספק לשעה (מ"ק)	זמן (שעות)	פועל
1	$\frac{1}{x}$	x	**ותיק**
1	$\frac{1}{y}$	y	**חדש**
$\frac{y}{3x}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{y}{3}$	**ותיק**
$\frac{x}{3y}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{x}{3}$	**חדש**

נפתור את המשוואה המתאימה

$$\frac{y}{3x}+\frac{x}{3y}=\frac{13}{18}$$

$$\frac{t}{3}+\frac{1}{3t}=\frac{13}{18} \qquad \boxed{t=\frac{y}{x}}$$

$$6t^2-13t+6=0$$

$$t_{1,2}=\frac{13\pm 5}{12} \quad t=1.5, \quad \cancel{t=\frac{2}{3}} \quad \Leftarrow \frac{y}{x}>1 \Leftarrow y>x$$

תשובה: פועל חדש יבצע את העבודה בזמן הגדול פי 1.5 מפועל ותיק.

ב. נתון כי פועל ותיק מרכיב 9 מחשבונים בשעה, לכן פועל חדש מרכיב 6 מחשבונים $=9:1.5$ בשעה.

בצוות עבודה יש פועל חדש אחד ושני פועלים ותיקים , כאשר הצוות עבד x שעות כדי להרכיב 168 מחשבונים ,
וכל אחד מהעובדים הותיקים הרכיב $9x$ מחשבונים ,והעובד החדש הרכיב $6x$ מחשבונים.
לפיכך , נפתור את המשוואה המתאימה שמתקבלת:

$$6x+2\cdot 9x=168$$
$$6x+18x=168$$
$$24x=168$$
$$x=7$$

תשובה: הצוות מרכיב 168 מחשבונים במשך 7 שעות.

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת $a_1 , a_2 , a_3 , \ldots$ **.**

כל איבר בסדרה זו קטן פי 2 **מסכום כל האיברים שאחריו, כלומר:** $2a_n = S_{\text{from } a_{n+1}}$

סכום הסדרה ההנדסית הנתונה הוא 4**, כלומר:** $\frac{a_1}{1-q} = 4$

נפתור את מערכת המשוואות:

$$\begin{cases} 2a_n = S_{\text{from } a_{n+1}} \\ \frac{a_1}{1-q} = 4 \end{cases}$$

$$2a_n = S_{\text{from } a_{n+1}}$$

$$2a_n = \frac{a_n q}{1-q} \quad / : a_n \neq 0$$

$$2 = \frac{q}{1-q}$$

$$2 - 2q = q$$

$$2 = 3q$$

$$\boxed{q = \frac{2}{3}}$$

$$\frac{a_1}{1-\frac{2}{3}} = 4$$

$$\boxed{a_1 = \frac{4}{3}}$$

ניתן לפתור גם בדרך הבאה:

a_1 **האיבר הראשון, לכן** $2a_1$ **סכום האיברים שאחריו, לכן** $a_1 + 2a_1 = 4$ **ו-** $a_1 = \frac{4}{3}$ **.**

$$\frac{a_1}{1-q} = 4 \quad \rightarrow \frac{4}{3} = 4(1-q) \quad \rightarrow q = \frac{2}{3}$$ **.**

סכום כל האיברים שאחרי האיבר העשירי בסדרה, על פי הנתון הוא בדיוק $2a_{10}$

$$2a_{10} = 2a_1 \cdot q^9 = \frac{4}{3} \cdot (\frac{2}{3})^9 = \frac{4,096}{59049}$$

תשובה: סכום כל האיברים שאחרי האיבר העשירי הוא $\frac{4,096}{59049}$ **.**

נכתב ע"י עפר ילין

א. (1) נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- צופים בערוצי אקטואליה** $\overline{A}$ **- אינם צופים בערוצי אקטואליה**

B **- צופים בערוצי סרטים** $\overline{B}$ **- אינם צופים בערוצי סרטים**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$N(A) = 4N(\overline{A}) \quad \rightarrow P(A) = 4P(\overline{A})$$

$$1 - P(\overline{A}) = 4P(\overline{A}) \quad \rightarrow P(\overline{A}) = 0.2 \quad \rightarrow P(A) = 0.8$$

$$P(A / B) = \frac{5}{6} \quad \rightarrow P(\overline{A} / B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A / \overline{B}) = 0.75 \quad \rightarrow P(\overline{A} / \overline{B}) = 0.25$$

$$P(B) = P \quad \rightarrow P(\overline{B}) = 1 - P$$

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{P(A \cap B)}{P}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{6}P$$

תשובה: ההסתברות שלקוח שנבחר צופה בערוצי סרטים וגם בערוצי אקטואליה היא $\frac{5}{6}P$

(2) נמשיך לפתח את נוסחאות ההסתברות המותנית, בסיוע הטבלה משמאל

$$P(A \cap \overline{B}) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap \overline{B}) = 0.8 - \frac{5}{6}P$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - P$$

$$P(A / \overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}$$

$$0.75 = \frac{0.8 - \frac{5}{6}P}{1 - P}$$

$$0.75 - 0.75P = 0.8 - \frac{5}{6}P$$

$$\frac{1}{12}P = 0.05$$

$$\boxed{P = 0.6}$$

	A **- אקטואליה**	$\overline{A}$ **לא אקטואליה**	
B **- סרטים**	$\frac{5}{6}P$		P
$\overline{B}$ **- לא סרטים**	$0.8 - \frac{5}{6}P$		$1 - P$
	0.8	0.2	1

תשובה: $P = 0.6$

ב. (1) נמצא מהי ההסתברות שלקוח שנבחר אינו צופה בערוצי סרטים, אם ידוע שאינו צופה בערוצי אקטואליה.

נעדכן את הטבלה.

	A **- אקטואליה**	$\overline{A}$ **לא אקטואליה**	
B **- סרטים**	0.5	0.1	0.6
$\overline{B}$ **- לא סרטים**	0.3	0.1	0.4
	0.8	0.2	1

$$P(\overline{B}/\overline{A})=\frac{P(\overline{B}\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{0.1}{0.4}=0.25$$

תשובה: ההסתברות היא 0.25 **.**

ב. (2) ההסתברות שלפחות 1 **מתוך** 5 **, שאינם צופי סרטים, צופה בערוצי אקטואליה,**

היא המאורע המשלים לכך ש- 0 **מתוך** 5 **, שאינם צופי סרטים, צופה בערוצי אקטואליה.**

זוהי הסתברות בינומית, כאשר $p=0.75$ **(על פי נתוני השאלה),** $n=5$ **,** $k=0$ **,**

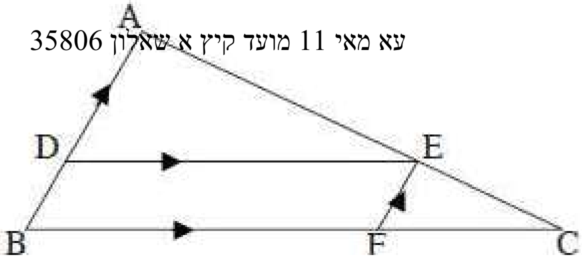
אשר נחשבה באמצעות נוסחת ברנולי:

$$P_5(0)=\binom{5}{0}(0.75)^0(1-0.75)^{5-0}=1\cdot(0.75)^0(0.25)^5=0.25^5$$

ולכן ההסתברות למאורע המשלים היא $\frac{1023}{1024}=1-0.25^5$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{1023}{1024}$.

עא מאי 11 מועד קיץ א שאלון 35806



<u>נתונים</u>

1. $DE \parallel BC$ **2.** $FE \parallel BA$

3. $S_{\Delta ADE} = S_1$ **4.** $S_{\Delta EFC} = S_2$

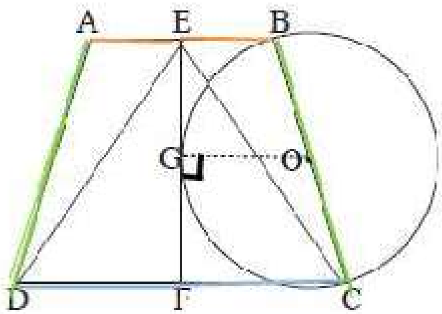
צ"ל: א. $\frac{BF}{FC}$ **ב.** $S_{\Delta BEF} = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	5	$DE \parallel BC$	נתון
5	6	$\sphericalangle C = \sphericalangle AED$	זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים
2	7	$FE \parallel BA$	נתון
7	8	$\sphericalangle FEC = \sphericalangle A$	זוויות מתאימות בין ישרים מקבילים
8 ,6	9	$\Delta ADE \sim \Delta EFC$	משפט דמיון זווית זווית
9 ,8	10	$\frac{DE}{FC}$ הוא יחס הדמיון	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
3	11	$S_{\Delta ADE} = S_1$	נתון
4	12	$S_{\Delta EFC} = S_2$	נתון
9,11,12	13	$\frac{DE}{FC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$	יחסי שטחים במשולשים דומים שווים לריבוע יחסי הצלעות המתאימות
5	14	$DE \parallel BF$	חלקים מקטעים מקבילים גם מקבילים
7	15	$EF \parallel BD$	חלקים מקטעים מקבילים גם מקבילים
15 ,14	16	DEFB מקבילית	שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות
16	17	$DE = BF$	צלעות נגדיות שוות במקבילית
13	18	$\frac{BF}{FC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}$	הצבה
מ.ש.ל. א			
13 ,9	19	$\frac{h_{DE}}{h_{FC}} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}}$	יחס גבהים במשולשים דומים שווה ליחס הדמיון
5	20	$S_{\Delta BEF} = \frac{BF \cdot h_{BF}}{2} = \frac{BF \cdot h_{FC}}{2}$	מרחקים שווים בין ישרים מקבילים ונוסחת שטח משולש

הסבר	מס'	טענה	נימוק
17, 19, 20	**21**	$S_{\Delta BEF}=\frac{DE\cdot h_{DE}\cdot\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_1}}}{2}$ $S_{\Delta BEF}=S_1\cdot\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_1}}=\sqrt{S_1\cdot S_2}$	**הצבה: בוצע חילוץ** h_{FC} **ממהלך 19 והצבת** BF **לפי מהלך 17, ורק לאחר מכן בוצעה ההצבה** $\frac{DE\cdot h_{DE}}{2}=S_2$ **שטח** ΔADE **לפי נוסחת שטח משולש**
מ.ש.ל. ב			

5

עא ינואר 11 מועד חורף שאלון 35806



<u>נתונים</u>

.1 $ABCD$ **טרפז שווה שוקיים** **.2** $AB \parallel CD$

.3 $AB < CD$ **4 .** $AE = BE$ **.5** $DF = CF$

עבור ב: .6 BC **קוטר במעגל שמרכזו** O **.7** EF **משיק ב-** G

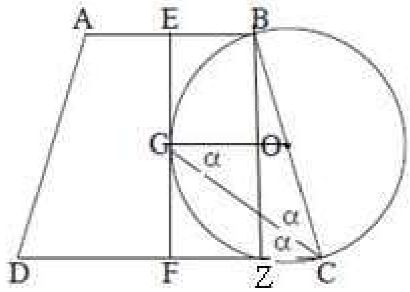
עבור ג: .8 $\sphericalangle GCB = \alpha$ **.9** $BC = 2R$ **.10** R **רדיוס המעגל**

צ"ל: א. $EF \perp CD$ **ב.** $EB + FC = 2GO$ **ג. גובה הטרפז**

הסבר		טענה	נימוק
1	11	$ABCD$ **טרפז שווה שוקיים**	**נתון**
2	12	$AB \parallel CD$	**נתון**
12 ,11	13	$AD = BC$ **(צ)**	**שוקיים שוות בטרפז שווה שוקיים**
12 ,11	14	$\sphericalangle A = \sphericalangle B$ **(ז)**	**זווית בסיס שוות בטרפז שווה שוקיים**
4	15	$AE = BE$ **(צ)**	**נתון**
13-15	16	$\Delta DEF \cong \Delta CEF$	**משפט חפיפה צלע זווית צלע**
16	17	$DE = CE$	**צלעות מתאימות במשולשים חופפים**
5	18	$DF = CF$	**נתון**
18 ,17	19	$EF \perp CD$	**התיכון לבסיס במשולש שווה שוקיים מתלכד עם הגובה**
		מ.ש.ל. א	
7	20	EF **משיק ב-** G	**נתון**
6	21	BC **קוטר במעגל שמרכזו** O	**נתון**
21 ,20	22	$EF \perp OG$	**המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה**
22 ,19	23	$GO \parallel CD$	**שני ישרים המאונכים לישר שלישי מקבילים ביניהם**
3	24	$AB < CD$	**נתון**
24,18,15	25	$EB < FC$	**חישוב**
12	26	$EB \parallel FC$	**חלקים מקטעים מקבילים גם מקבילים ביניהם**
26 ,25	27	$EBCF$ **טרפז**	**זוג צלעות אחד מקביל ואינו שווה**
21	28	O **אמצע** BC	**מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר**
23 ,12	29	$GO \parallel CD \parallel AB$	**אם שני ישרים מקבילים לישר שלישי אז מקבילים ביניהם**
27	30	$GO \parallel EB \parallel FC$	**חלקים מקטעים מקבילים גם מקבילים ביניהם**
30,28,27	31	GO **קטע אמצעים בטרפז** $EBCF$	**יוצא מאמצע שוק ומקביל לבסיסים**

נכתב ע"י עפר ילין

31	32	$EB+FC=2GO$	קטע אמצעים בטרפז שווה למחצית סכום הבסיסים ועל ידי הכפלה ב- 2 .
			מ.ש.ל. ב



ג.

<u>ולעבודת הטריגו</u>

BZ **אנך לבסיס** DC **, הוא גובה הטרפז (בניית עזר)**

$EBZF$ **מלבן (שלוש זוויות ישרות)**

$BC=2R$ **(קוטר המעגל)**

$\sphericalangle GCB=\alpha$ **(נתון)**

$\sphericalangle GCB=\alpha$ **(זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים, שבו שתי צלעות הן רדיוס במעגל)**

$\sphericalangle OGC=\sphericalangle GCB=\alpha$ **(זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים, שבו שתי צלעות הן רדיוס במעגל)**

$\sphericalangle GCF=\sphericalangle OGC=\alpha$ **(זוויות מתחלפות בין ישרים מקבילים שוות זו לזו)**

$\Downarrow$

$\sphericalangle GCF=\sphericalangle GCB=\alpha$ **(כלל המעבר)**

$\sphericalangle BCD=2\alpha$ **(סכום הזוויות** $\sphericalangle GCF$ **ו -** $\sphericalangle GCB$ **)**

<u>ΔBZC</u>

$$\sin 2\alpha=\frac{BZ}{2R}\quad\rightarrow BZ=2R\sin 2\alpha$$

תשובה: גובה הטרפז הוא $2R\sin 2\alpha$ **.**

א. נראה ששני המשולשים דומים על פי משפט דמיון זווית זווית

$\angle P_1 = \angle C = \beta$ **(זווית בין משיק למיתר)**

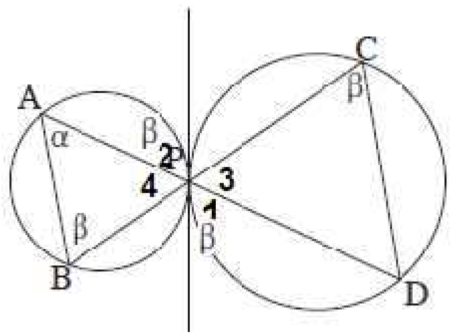
$\angle P_2 = \angle P_1 = \beta$ **(זוויות קדקודיות שוות זו לזו)**

$\angle B = \beta$ **(זווית בין משיק למיתר)**

$\angle B = \angle C$ **(כלל המעבר) (ומכאן גם** $AB \parallel CD$ **, לא נדרש)**

$\angle P_3 = \angle P_4$ **(זוויות קדקודיות שוות זו לזו)**

$\Delta ABP \sim \Delta DCP$ **(משא דמיון זווית זווית)**



יחס הדמיון, בין הצלעות המתאימות, הוא $\frac{CD}{AB} = \frac{3}{2}$ **(נתון)**

רדיוס המעגל החוסם את ΔDCP **הוא** 4.5 **ס"מ.**

רדיוס המעגל החוסם את ΔABP **הוא** 3 **ס"מ** $4.5 \cdot \frac{2}{3} =$ **ס"מ,**

כי יחס רדיוסים של המעגלים החוסמים משולשים דומים שווה ליחס הדמיון.

תשובה: אורך הרדיוס של המעגל החוסם את ΔABP **הוא** 3 **ס"מ.**

<u>דרך נוספת לפתרון סעיף א':</u>

$\angle P_3 = \angle P_4$ **(זוויות קדקודיות שוות זו לזו)**

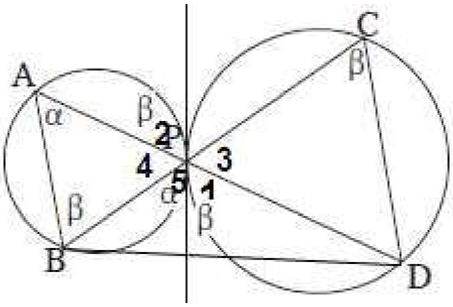
$\angle P_3 = \angle P_4 = \gamma$ **(סימון)**

לפי משפט הסינוסים בשני המשולשים:

$$AB = 2R \cdot \sin\gamma \quad , \quad CD = 2 \cdot 4.5 \cdot \sin\gamma = 9 \cdot \sin\gamma$$

עפ"י הנתון:

$$\frac{9 \cdot \sin\gamma}{2R \cdot \sin\gamma} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3R = 9 \Rightarrow R = 3$$



ב. על פי משפט הסינוסים בשני המשולשים:

$$PD = 2\cdot 4.5\cdot \sin\beta = 9\sin\beta,\quad BP = 2\cdot 3\cdot \sin\alpha = 6\sin\alpha$$

$\sphericalangle P_5 = \alpha$ **(זווית בין משיק למיתר)**

$\underline{\Delta BDP}$ **לפי משפט הקוסינוסים**

$$BD^2 = BP^2 + DP^2 - 2BP\cdot DP\cdot \cos\sphericalangle BPD$$

$$BD^2 = (6\sin\alpha)^2 + (9\sin\beta)^2 - 2\cdot 6\sin\alpha\cdot 9\sin\beta\cdot\cos(\alpha+\beta)$$

$$BD^2 = 36\sin^2\alpha + 81\sin^2\beta - 108\sin\alpha\sin\beta\cos(\alpha+\beta)$$

$$\boxed{BD = \sqrt{36\sin^2\alpha + 81\sin^2\beta - 108\sin\alpha\sin\beta\cos(\alpha+\beta)}}$$

תשובה: $BD = \sqrt{36\sin^2\alpha + 81\sin^2\beta - 108\sin\alpha\sin\beta\cos(\alpha+\beta)}$

ג. נתון כי $\frac{PD}{PB} = \frac{3}{2}$ **, כלומר** $\frac{9\sin\beta}{6\sin\alpha} = \frac{3}{2} \quad\Rightarrow\quad \sin\beta = \sin\alpha$

כיוון ששתי הזוויות הן זוויות ב- ΔABP **, לדוגמה, הרי ששתיהן שוות.**

(סכומן קטן מ- 180°**, מפני שנתון שהן חדות).**

$$BD = \sqrt{36\sin^2\alpha + 81\sin^2\alpha - 108\sin\alpha\sin\alpha\cos(2\alpha)}$$

$$BD = \sqrt{117\sin^2\alpha - 108\sin^2\alpha(1-2\sin^2\alpha)}$$

$$BD = \sin\alpha\sqrt{117 - 108 + 216\sin^2\alpha}$$

$$BD = \sin\alpha\sqrt{9 + 9\cdot 24\sin^2\alpha} \quad \leftarrow \sin\alpha > 0$$

$$\boxed{BD = 3\sin\alpha\sqrt{1+24\sin^2\alpha}}$$

הוכח

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{ax}{\sqrt{x^2-a^2}}$ **, כאשר** $a>0$.

(1) נמצא את תחום ההגדרה, כאשר הביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי והמכנה שונה מ- 0

$x^2-a^2>0$ **, נקבל פרבולה בעלת מינימום שמתאפסת עבור** $x=\pm a$

תשובה: תחום ההגדרה: $x>a$ **או** $x<-a$

(2) נמצא אסימפטוטות המקבילות לצירים:

$$f(x)=\frac{ax}{\sqrt{x^2-a^2}}=\frac{ax}{|x|\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{|x|\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{ax}{x\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}\to1}=a\quad\to\boxed{y=a}\qquad \lim_{x\to-\infty}\frac{ax}{|x|\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{ax}{-x\sqrt{1-\frac{a^2}{x^2}}\to1}=-a\quad\to\boxed{y=-a}$$

$$\lim_{x\to a^+}\frac{ax}{\sqrt{x^2-a^2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{a^2}{0^+}=+\infty\quad\to\boxed{x=a}\qquad \lim_{x\to-a^-}\frac{ax}{\sqrt{x^2-a^2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-a^2}{0^+}=-\infty\quad\to\boxed{x=-a}$$

תשובה: אסימפטוטות אופקיות: $y=a\,(x\to+\infty)$, $y=-a\,(x\to-\infty)$ **, האסימפטוטות אנכיות:** $x=a$, $x=-a$

(3) נמצא תחומי עלייה וירידה

$$f'(x)=a\cdot\frac{\sqrt{x^2-a^2}-\frac{\cancel{2}x\cdot x}{\cancel{2}\sqrt{x^2-a^2}}}{(\sqrt{x^2-a^2})^2}=a\cdot\frac{\frac{x^2-a^2-x^2}{\sqrt{x^2-a^2}}}{(x^2-a^2)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-a^3}{(x^2-a^2)\sqrt{x^2-a^2}}}$$

$a>0$ **ולכן הפונקציה יורדת בכל תחום שבו היא מוגדרת, כלומר עבור** $x>a$ **או** $x<-a$

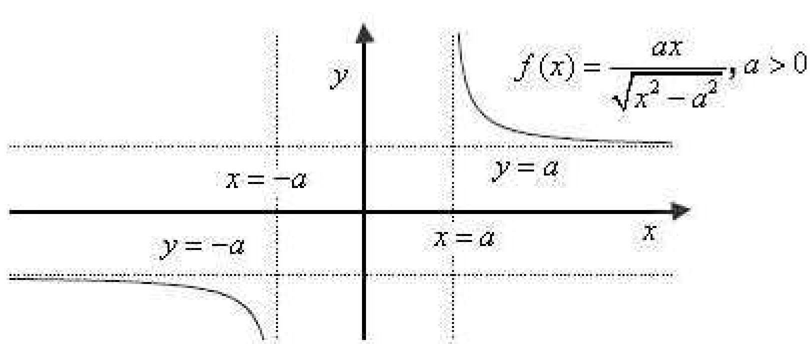
תשובה: ירידה: $x>a$ או $x<-a$ **, עלייה: אף** x

(4) אין נקודות חיתוך עם ציר y **, כי** $x\neq0$.

ולא עם ציר x **כי המונה מתאפס רק עבור** $x=0$ **שמחוץ לתחום ההגדרה.**

תשובה: אין נקודות החיתוך עם הצירים.

ב. הסקיצה המתאימה:



נכתב ע"י עפר ילין

ג. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-a$ **, כאשר** $a>0$

כלומר, $g(x)$ **היא הזזה אנכית של** a **יחידות, כלפי מטה, של** $f(x)$ **.**

(1) בהתאם, תחום ההגדרה של $g(x)$ **זהה לזה של** $f(x)$ **והאסימפטוטות האנכיות אינן משתנות.**

האסימפטוטות האופקיות יורדות a **יחידות, כלפי מטה והן תהיינה:** $y=0$ **ו-** $y=-2a$

תשובה: אסימפטוטות אופקיות: $y=0$ $(x\to+\infty)$, $(x\to-\infty)$ $y=-2a$,

האסימפטוטות אנכיות: $x=a$, $x=-a$

(2) כפי שניתן לראות בסקיצה הטווח של ערכי הפונקציה $f(x)$ **הוא** $y>a$ **או** $y<-a$ **.**

בהתאם לאחר ההזזה האנכית הטווח של ערכי הפונקציה $g(x)$ **הוא** $y>0$ **או** $y<-2a$ **.**

תשובה: $y>0$ **או** $y<-2a$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\cos(x^2-2x)$ **בתחום** $-0.5\le x\le 2.5$ **.**

נשים לב לכך שכל תהליך העבודה בתרגיל יהיה ברדיאנים, כולל נקודות הקצה.

נמצא את ערכי הפונקציה בקצות התחום הסגור:

$$f(-0.5)=\cos((-0.5)^2-2\cdot(-0.5))=0.315\quad\rightarrow(-0.5,\,0.315),\quad f(2.5)=\cos(2.5^2-2\cdot 2.5)=0.315\quad\rightarrow(2.5,\,0.315)$$

$$f'(x)=-(2x-2)\sin(x^2-2x)$$

$$\boxed{f'(x)=(2-2x)\sin(x^2-2x)}$$

$$0=2-2x\quad\rightarrow x=1$$

$$0=\sin(x^2-2x)$$

$$x^2-2x=\pi k$$

$$k=0\quad\rightarrow x^2-2x=0\quad\rightarrow x=0,\quad x=2$$

$$k=1\quad\rightarrow x^2-2x=\pi$$

$$k=-1\quad\rightarrow x^2-2x=-\pi$$

x^2-2x **היא פרבולה בעלת מינימום** $(1,-1)$ **,**

כאשר בתחום $-0.5\le x\le 2.5$ **יש לה שתי נקודות מקסימום מוחלט בקצוות** $(2.5,1.25)$ **,** $(-0.5,1.25)$**.**

בהתאם 1.25 **הוא הערך המקסימלי בתחום ו-** -1 **ערך מינימלי ולא יהיו פתרונות עבור** πk **, למעט כאשר** $k=0$ **.**

נמצא את ערכי הפונקציה בנקודות בחשודות כקיצון

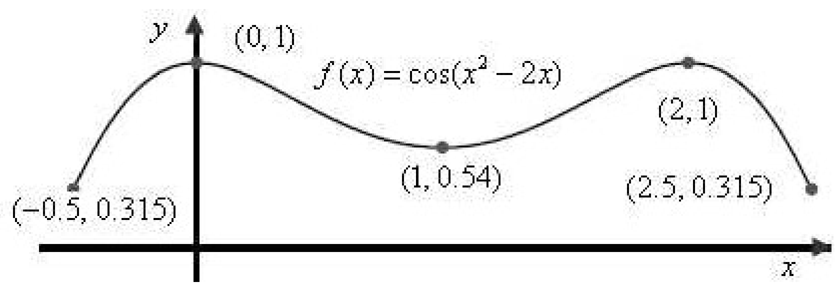
$$f(0)=\cos(0^2-2\cdot 0)=1\quad\rightarrow(0,1),\quad f(1)=\cos(1^2-2\cdot 1)=0.54\quad\rightarrow(1,\,0.54),\quad f(2)=\cos(2^2-2\cdot 2)=1\quad\rightarrow(2,1)$$

נבנה טבלת עלייה ירידה, תוך שימוש בערכי הפונקציה.

x	2.5		2		1		0		-0.5
$f(x)$	0.315		1		0.54		1		0.315
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
מסקנה	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**

תשובה: $(0,1)$ **,** $(2,1)$ **מקסימום,** $(2.5,\,0.315)$ **,** $(1,\,0.54)$ **,** $(-0.5,\,0.315)$ **מינימום**

ב. הסקיצה המתאימה

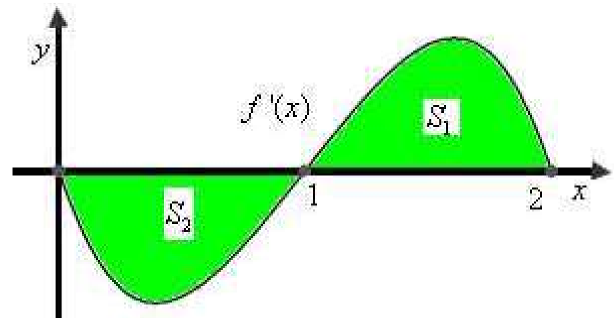


ג. בתחום $0 \le x \le 2$ **, על פי טבלת עלייה וירידה, .**

$f'(x) < 0$ **עבור** $0 < x < 1$ **ו-** $f'(x) > 0$ **עבור** $1 < x < 2$**,**

כאשר $f'(0) = f'(1) = f'(2) = 0$

ולכן הסקיצה המתאימה של גרף הנגזרת



נחשב את השטח המבוקש, תוך חלוקתו לשני שטחים כמתואר בציור.

$$S_1 = \int_1^2 (f'(x) - 0)\, dx$$

$$S_1 = f(x) \Big]_1^2$$

$$S_1 = f(2) - f(1) = 1 - 0.54$$

$$\boxed{S_1 = 0.46}$$

$$S_2 = \int_0^1 (0 - f'(x))\, dx$$

$$S_2 = -f(x) \Big]_0^1$$

$$S_2 = -f(1) + f(0) = -0.54 + 1$$

$$\boxed{S_2 = 0.46}$$

ובהתאם: $S = 0.46 + 0.46 = 0.92$

תשובה: גודל השטח 0.92 **יח"ר.**

הפונקציה שיש להביא למינימום **היא** זמן הליכתו של האדם לנקודה A **.**

נסמן $EF = x$ **ונוריד אנך מהנקודה** F **לצלע** CD, **כך שמתקבלים שני מלבנים, כלומר** $FL = 0.3$,

ועל ידי משפט פיתגורס נקבל $EL = \sqrt{x^2 - 0.09}$ **.**

מרחק ההליכה המצטבר של האדם על השביל הוא $0.4 - \sqrt{x^2 - 0.09}$ **וזמן ההליכה הוא** $\frac{0.4 - \sqrt{x^2 - 0.09}}{6}$ **.**

מרחק ההליכה של האדם על הדשא הוא x **וזמן ההליכה הוא** $\frac{x}{4}$ **.**

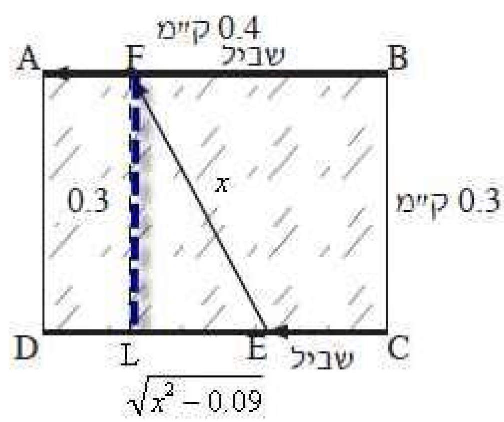
לפיכך, זמן ההליכה הכולל המתקבל יהיה נתון ע"י הפונקציה: $f(x) = \frac{0.4 - \sqrt{x^2 - 0.09}}{6} + \frac{x}{4}$ **.**

נשים לב שתחום הגדרת הפונקציה הוא $0.3 < x < 0.5$ **,**

כאשר 0.5 **הוא אורכו של האלכסון** AC **(חישוב ע"י פיתגורס),והוא מתקבל מחיתוך שני התנאים:**

(I) **ת"ה של הביטוי** $x^2 - 0.09$ **, שנמצא תחת שורש ריבועי, ללא " = " כדי ש-** EL **יהיה חיובי.**

(II) $0 < x < 0.5$ **-** x **חייב להיות חיובי (מייצג אורך קטע) ,אך חייב להיות קטן מאורכו של אלכסון המלבן.**



$$f(x) = \frac{0.4 - \sqrt{x^2 - 0.09}}{6} + \frac{x}{4}$$

$$f'(x) = \frac{-2x}{12\sqrt{x^2 - 0.09}} + \frac{1}{4}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-2x + 3\sqrt{x^2 - 0.09}}{12\sqrt{x^2 - 0.09}}}$$

$$0 = -2x + 3\sqrt{x^2 - 0.09}$$

$$2x = 3\sqrt{x^2 - 0.09}$$

$$4x^2 = 9x^2 - 0.81$$

$$0.81 = 5x^2$$

$$x^2 = 0.162$$

$$\boxed{x = 0.402} \quad \leftarrow x > 0$$

$$f'(0.4) = \frac{-2\cdot 0.4 + 3\sqrt{0.4^2 - 0.09}}{+} = -0.6 < 0, \quad f'(0.45) = \frac{-2\cdot 0.45 + 3\sqrt{0.45^2 - 0.09}}{+} = 0.006 > 0$$

$$\boxed{x = 0.402, \quad Min}$$

תשובה: אורך הקטע EF **הוא** 0.402 **ק"מ, עבורו זמן ההליכה מינימלי לנקודה** A **.**