נסמן ב- x את הזמן (בשעות) הדרוש לראובן לחפור תעלה אחת לבדו,

וב- y את מספר השעות הנדרשות לשמעון.

פועל	זמן (שעות)	חלק עבודה בשעה (הספק)	חלק עבודה כולל (עבודה)
ראובן	x	$\frac{1}{x}$	1
שמעון	y	$\frac{1}{y}$	1
ראובן	12	$\frac{1}{x}$	$\frac{12}{x}$
שמעון	12	$\frac{1}{y}$	$\frac{12}{y}$
ראובן	$\frac{1}{3}x$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{3}$
שמעון	$\frac{2}{3}y$	$\frac{1}{y}$	$\frac{2}{3}$

נפתור את מערכת המשוואות המתאימה לנתוני השאלה.

$$\begin{cases}\frac{12}{x}+\frac{12}{y}=1 \\ \frac{1}{3}x+\frac{2}{3}y=23\frac{1}{3} \quad \rightarrow x+2y=70 \quad \rightarrow \boxed{x=70-2y}\end{cases}$$

$$\frac{12}{70-2y}+\frac{12}{y}=1 \quad / \cdot y(70-2\text{y})$$

$$12y+12(70-2y)=y(70-2y)$$

$$2y^2-82y+840=0$$

$$y_{1,2}=\frac{82\pm 2}{4}$$

$$y=21 \quad \rightarrow x=28$$

$$y=20 \quad \rightarrow x=30$$

קיימות שתי אפשרויות: ראובן חופר תעלה אחת ב- 28 שעות, ושמעון ב- 21 שעות,

או ראובן חופר תעלה אחת ב- 30 שעות, ושמעון ב- 20 שעות.

יש למצוא כמה תעלות שלמות <u>לכל היותר</u> יחפור ראובן לבד <u>בפחות</u> מ- 100 שעות.

המספר המקסימלי של תעלות שראובן יכול לחפור, בזמן נתון, הוא כאשר הקצב שלו <u>מהיר</u> יותר,

כלומר כאשר חופר תעלה אחת ב- 28 שעות, ולכן $\frac{100}{28}=3.57$ - ומכאן שראובן יחפור 3 תעלות שלמות.

תשובה: ראובן יחפור 3 תעלות שלמות, לכל היותר.

א. על מנת להוכיח שהסדרה a_n הנדסית, שיש להראות כי המנה $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ קבועה לכל n טבעי.

נתון כי $S_{n+1} = b \cdot S_n + 3$ **, ולכן** $S_n = b \cdot S_{n-1} + 3 \leftarrow S_{n-1} = \frac{S_n - 3}{b}$ **עבור** $n > 1$ **טבעי,** $b \neq 0$ **.**

נתון כי $S_1 = 3 \leftarrow a_1 = 3$ **, ונזכור כי** $a_n = S_n - S_{n-1}$ **, עבור** $n > 1$ **טבעי (כי עבור** $n = 1$ **הביטוי** S_{n-1} **לא מוגדר).**

עבור $n > 1$ **:**

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{S_{n+1} - S_n}{S_n - S_{n-1}} = \frac{b \cdot S_n + 3 - S_n}{S_n - \frac{S_n - 3}{b}} = \frac{b \cdot S_n + 3 - S_n}{\frac{b \cdot S_n - (S_n - 3)}{b}} = \frac{b(b \cdot S_n + 3 - S_n)}{b \cdot S_n + 3 - S_n}$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = b$$

עבור $n = 1$ **:**

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{b \cdot S_1 + 3 - S_n}{3} = \frac{b \cdot 3 + 3 - 3}{3}$$

$$\frac{a_2}{a_1} = b$$

הראינו כי $\frac{a_{n+1}}{a_n} = b$ **עבור כל** n **טבעי, ולכן הסדרה הנדסית ומנתה** b **.**

תשובה: הוּכַח.

ב. נתון כי $|b| < 1$ **כלומר הסדרה** a_n **הנדסית אינסופית מתכנסת.**

בסדרה I **המנה היא** $\frac{a_{n+4}}{a_n} = \frac{a_n \cdot q^4}{a_n} = q^4 = b^4$ **והאיבר הראשון הוא** $a_3 = a_1 \cdot q^2 = 3b^2$ **.**

בסדרה II **המנה היא** $-\frac{a_{n+2}}{a_n} = -\frac{a_n \cdot q^2}{a_n} = -q^2 = -b^2$ **והאיבר הראשון הוא** a_1 **.**

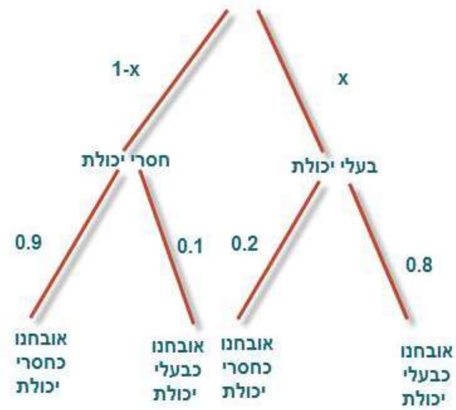
שתי המנות, מקיימות את התנאי לסדרה הנדסית מתכנסת: $|-b^2| < 1, |b^4| < 1$ **, כי** $|b| < 1$ **נתון.**

הערה: כיוון שנתון כי הסדרות I **,** II **הנדסיות –**
ניתן גם למצוא את המנה על ידי חלוקת שני האיברים הראשונים בכל סדרה.

$$\frac{\text{M}}{\text{T}} = \frac{\frac{3}{1+b^2}}{\frac{3b^2}{1-b^4}} = \frac{3}{1+b^2} \cdot \frac{1-b^4}{3b^2} = \frac{(1+b^2)(1-b^2)}{(1+b^2) \cdot b^2} = \frac{1-b^2}{b^2}$$

תשובה: $\frac{\text{M}}{\text{T}} = \frac{1-b^2}{b^2}$

א. נסמן ב- x את ההסתברות שלתלמיד י"ב בעיר זו יש יכולת טכנית, $0 \le x \le 1$.



$$p(\mathrm{A}/\mathrm{B}) = 4p(\overline{\mathrm{A}}/\mathrm{B}) \quad \rightarrow \boxed{p(\overline{\mathrm{A}}/\mathrm{B}) = 0.2}$$

$$\frac{P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{P(\mathrm{B})} = \frac{4P(\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})}{P(\mathrm{B})} \quad / \cdot P(\mathrm{B})$$

$$P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}) = 4P(\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})$$

$$x \cdot 0.8 = 4 \cdot (1-x) \cdot 0.1$$

$$0.8x = 0.4 - 0.4x$$

$$1.2x = 0.4$$

$$\boxed{x = \frac{1}{3}}$$

תשובה: ההסתברות שלתלמיד י"ב בעיר זו אכן יש יכולת טכנית היא $\frac{1}{3}$.

ב. בעיר יש 600 תלמידי י"ב.

ההסתברות שתלמיד יאובחן כבעל יכולת טכנית היא: $\frac{1}{3} \cdot 0.8 + \frac{2}{3} \cdot 0.1 = \frac{1}{3}$

כלומר 200 תלמידים $= \frac{1}{3} \cdot 600$ אובחנו כבעלי יכולת טכנית .

נתון כי רק הם השתתפו בקורס.

במסגרת שבסעיף א הראינו כי $p(\overline{\mathrm{A}}/\mathrm{B}) = 0.2$, (הסבר - $p(\mathrm{A}/\mathrm{B}) + p(\overline{\mathrm{A}}/\mathrm{B}) = 1$).

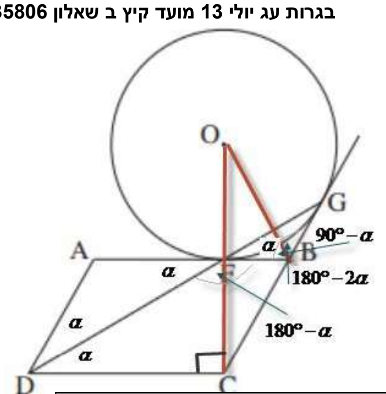
כלומר 0.2 מהמאובחנים כבעלי יכולת טכנית, חסרי יכולת זו.

לכן, ל- 40 משתתפים בקורס, $0.2 \cdot 200 = 40$, אין יכולת טכנית .

תשובה: ל- 40 משתתפים בקורס אין יכולת טכנית .

ניתן גם: $0.2 = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0.1}{\frac{1}{3} \cdot 0.8 + \frac{2}{3} \cdot 0.1} = \frac{P(\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})}{P(\mathrm{B})} = p(\overline{\mathrm{A}}/\mathrm{B})$ **ואז** $0.2 \cdot 200 = 40$.

בגרות עג יולי 13 מועד קיץ ב שאלון 35806



נתונים

1. $ABCD$ מקבילית 2. AB משיק למעגל בנקודה F
3. CBG משיק למעגל בנקודה G 4. $AF = AD$

עבור ב

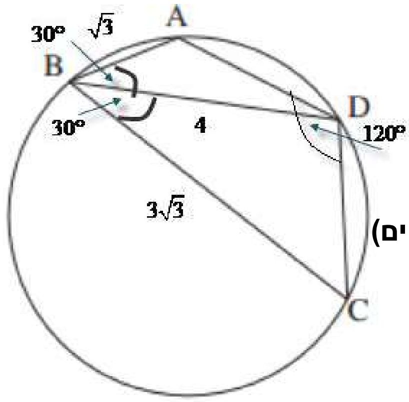
4. $BO = BC$ 5. $FC \perp DC$

צ"ל: א. F נמצאת על DG . ב(1) $OF = FC$ (2) $FB = \frac{1}{2}BO$

הסבר		טענה	נימוק
4	6	$AF = AD$	נתון
6	7	$\sphericalangle AFD = \sphericalangle ADF = \alpha$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ב- ΔFAD + סימון
1	8	$ABCD$ מקבילית	נתון
8	9	$AB \parallel DC$	צלעות נגדיות מקבילות במקבילית
8 ,7	10	$\sphericalangle FDC = \sphericalangle AFD = \alpha$	זוויות מתחלפות שוות בין מקבילים וכלל המעבר
10 ,7	11	$\sphericalangle ADC = 2\alpha$	סכום זוויות
11 ,8	12	$\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC = 2\alpha$	זוויות נגדיות שוות במקבילית וכלל המעבר
12	13	$\sphericalangle GBF = 180° - 2\alpha$	זוויות צמודות משלימות ל- $180°$
2	14	AB משיק למעגל בנקודה F	נתון
3	15	CBG משיק למעגל בנקודה G	נתון
15 ,14	16	$BG = BF$	אם מנקודה יוצאים שני משיקים אז הם שווים
16 ,13	17	$\sphericalangle BFG = \sphericalangle BGF = \alpha$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ב- ΔFBG
11 ,8	18	$\sphericalangle BCD = 180° - 2\alpha$	זוויות סמוכות במקבילית משלימות ל- $180°$
18 ,12 ,10	19	$\sphericalangle BFD = 180° - \alpha$	סכום זוויות במרובע $DCBF$ שווה $360°$
19 ,17	20	$\sphericalangle GFD = 180°$	סכום זוויות
20	21	F נמצאת על DG	DFG קו ישר
		מ.ש.ל. א	
5	22	$FC \perp DC$	נתון
22 ,9	23	$FC \perp AB$	אם ישר מאונך לאחד משני ישרים מקבילים אז הוא מאונך גם למקביל השני
14	24	$\sphericalangle BFO = 90°$	המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה
24 ,23	25	F נמצאת על OC	$\sphericalangle CFO = 180°$, כלומר זווית שטוחה
4	26	$BO = BC$	נתון
26 ,23	27	$OF = FC$	במש"ש, הגובה לבסיס הוא גם תיכון
		מ.ש.ל. ב (1)	

הסבר		טענה	נימוק
13, 14, 15	28	$\sphericalangle OBF = 90° - \alpha$	אם מנקודה יוצאים שני משיקים אז הקטע המחבר את הנקודה למרכז המעגל חוצה את הזווית שבין שני המשיקים
12, 26, 27, 28	29	$90° - \alpha = 2\alpha \rightarrow \alpha = 30°$	במש"ש, הגובה לבסיס הוא חוצה זווית הראש
23, 27	30	$FB = \frac{1}{2}BO$	במשולש ישר זווית, שבו זווית $30°$, הניצב שמול זווית $30°$ שווה למחצית היתר
מ.ש.ל. ב (2)			

א. (1) $\sphericalangle ADC = 120°$ **ולכן** $\sphericalangle ABC = 60°$ **כי סכום זוויות נגדיות** $180°$ **במרובע חסום במעגל.**



נתון כי $\sphericalangle ABD = \sphericalangle DBC$ **ולכן כל אחת מהן בת** $30°$.

תשובה: $\sphericalangle ABD = 30°$.

(2) נשתמש פעמיים במשפט הקוסינוסים.

$\sphericalangle ABD = \sphericalangle DBC$ **ולכן** $AD = DC$ **(על זוויות היקפיות שוות נשענים מיתרים שווים)**

$\underline{\Delta ABD}$ **לפי משפט הקוסינוסים**

$$(AD)^2 = (AB)^2 + (BD)^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos\sphericalangle ABD$$
$$(AD)^2 = (\sqrt{3})^2 + (BD)^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot BD \cdot \cos 30°$$
$$(AD)^2 = 3 + (BD)^2 - 3BD$$

$\underline{\Delta DBC}$ **לפי משפט הקוסינוסים**

$$(DC)^2 = (BC)^2 + (BD)^2 - 2BC \cdot BD \cdot \cos\sphericalangle DBC$$
$$(DC)^2 = (3\sqrt{3})^2 + (BD)^2 - 2 \cdot 3\sqrt{3} \cdot BD \cdot \cos 30°$$
$$(DC)^2 = 27 + (BD)^2 - 9BD$$

נמצא את אורך המיתר BD **ע"י השוואת ריבועי האורכים של** AD **ו-** DC .

$$27 + (BD)^2 - 9BD = 3 + (BD)^2 - 3BD$$
$$24 = 6BD$$
$$\boxed{BD = 4cm}$$

תשובה: $BD =$ 4 **ס"מ** .

ב. נקודה K **נמצאת על המיתר** BD **, כך ש-** $\Delta ABK \sim \Delta DBA$ **בהתאמה (לפי סדר הקדקודים).**

יחס הדמיון הוא : $\dfrac{AB}{DB} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ **ולכן יחס השטחים הוא** $\dfrac{3}{16}$ **(ריבוע יחס הדמיון של משולשים דומים).**

$$S_{\Delta ABD} = \frac{AB \cdot BD \cdot \sin\sphericalangle ABD}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4 \cdot \sin 30°}{2} = \sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ABK} = \frac{3}{16} \cdot \sqrt{3}$$

תשובה: $S_{\Delta ABK} = \dfrac{3\sqrt{3}}{16}$.

א. $\sphericalangle BCD = \alpha$ **(נתון)**

$ABCD$ **טרפז שווה שוקיים, לכן זוויות הבסיס שוות ו-** $\sphericalangle ODC = \alpha$ **.**

CB **משיק ב-** F **לכן הוא מאונך לרדיוס ו-** $\sphericalangle OFC = 90°$ **(הרדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה).**

$\sphericalangle BOD = 270° - 2\alpha$ **(סכום זוויות במרובע** $CFOD$ **הוא** $360°$ **)**

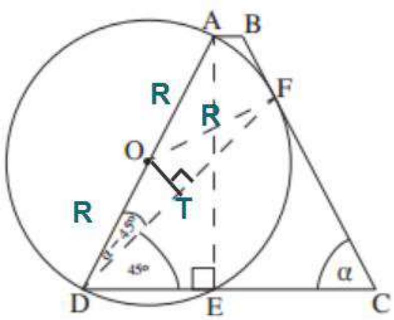
תשובה: $\sphericalangle BOD = 270° - 2\alpha$ **.**

ב. (1) $OF = OD = R$ **(רדיוסים שווים במעגל, וסימון).**

$$\sphericalangle ODF = \frac{180-(270-2\alpha)}{2} = \alpha - 45°$$ **(זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים)**

תשובה: $\sphericalangle ODF = \alpha - 45°$

(2) יש למצוא את היחס $\frac{DE}{DC}$**.**



הציור באדיבות אתר משרד החינוך

__**תכנון**__**: נסמן את רדיוס המעגל ב-** R **.**

נביע באמצעות R **ו-** α **את** DE **ב-** ΔADE **ישר הזווית**

($\sphericalangle AED = 90°$ **כי היא נשענת על הקוטר** AD **).**

לאחר מכן נבנה את $OT \perp DF$ **ולכן** $DT = FT$

(קטע היוצא ממרכז המעגל למיתר ומאונך לו חוצה אותו).

נביע את DF **באמצעות** R **ו-** α **ולאחר מכן את** DC **ב-** DFC

$\sphericalangle FDC = \alpha - (\alpha - 45°) = 45°$ **(הפרש זוויות).**

נמצא את DE **ב-** ΔADE

$$\cos\alpha = \frac{DE}{AD}$$

$$\boxed{DE = 2R\cos\alpha}$$

נמצא את DT **ב-** ΔODT

$$\cos(\alpha - 45°) = \frac{DT}{OD}$$

$$\boxed{DT = R\cos(\alpha - 45°)}$$

ולכן $\boxed{DF = 2R\cos(\alpha - 45°)}$

נמצא את DC **ב-** ΔDFC **באמצעות משפט הסינוסים**

$$\frac{DC}{\sin(180° - (\alpha + 45°))} = \frac{DF}{\sin\alpha}$$

$$\boxed{DC = \frac{2R\cos(\alpha - 45°)\sin(\alpha + 45°)}{\sin\alpha}}$$

$$\frac{DE}{DC} = \frac{2R\cos\alpha\sin\alpha}{2R\cos(\alpha - 45°)\sin(\alpha + 45°)} = \frac{\sin 2\alpha}{2\cos(-(\alpha - 45°))\cos(90° - (\alpha + 45°))} = \frac{\sin 2\alpha}{2\cos(45° - \alpha)\cos(45° - \alpha)}$$

$$\boxed{\frac{DE}{DC} = \frac{\sin 2\alpha}{2\cos^2(45° - \alpha)}}$$

תשובה: $\frac{DE}{DC} = \frac{\sin 2\alpha}{2\cos^2(45° - \alpha)}$ **(או** $\frac{\cos\alpha\sin\alpha}{\cos(\alpha - 45°)\sin(\alpha + 45°)}$ **, או** $\frac{\sin 2\alpha}{2\cos(\alpha - 45°)\sin(\alpha + 45°)}$

או $\frac{\sin 2\alpha}{2\sin^2(45° + \alpha)}$ **)**

א. נתונה הפונקציה: $\boxed{f(x)=x^2-\cos\frac{x}{2}}$ **בתחום** $2\pi\le x\le 5\pi$ **.**

(1) נמצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ **.**

$$\boxed{f'(x)=2x+\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}}$$

$$\boxed{f''(x)=2+\frac{1}{4}\cos\frac{x}{2}}$$

כיוון ש- $-1\le\cos\frac{x}{2}\le 1$ **, הרי ש** $-\frac{1}{4}\le\frac{1}{4}\cos\frac{x}{2}\le\frac{1}{4}$ **והנגזרת השנייה חיובית לכל** x **ובפרט בתחום.**

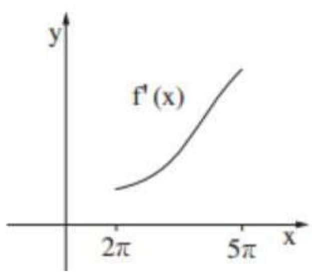
תשובה: $f'(x)$ **עולה בתחום** $2\pi<x<5\pi$ **, יורדת לאף** x **.**

(2) $f'(2\pi)=2\cdot 2\pi+\frac{1}{2}\sin\frac{2\pi}{2}=4\pi=12.57>0$

כיוון ש- $f'(x)$ **עולה לכל** x **בתחום הרי ש** $(2\pi,4\pi+0.5)$ **מינימום מוחלט וכל ערכי** $f'(x)$ **חיוביים.**

תשובה: הוכח.

(3) משמאל הציור המבוקש. כיוון שהציור נעשה על ידי מחשב,
ניתן לראות נקודת פיתול, אולם לא התבקשנו למצאה,
וכל סקיצה שמראה עלייה היא אפשרית (למעט כמובן קו ישר).



באדיבות אתר משרד החינוך

(4) $f'(5\pi)=2\cdot 5\pi+\frac{1}{2}\sin\frac{5\pi}{2}=10\pi+0.5=31.92$

31.92 **הוא הערך המקסימלי של פונקציית הנגזרת, לכן אין פתרונות למשוואה** $f'(x)=40$

תשובה: אין פתרונות לפי הנימוק לעיל.

ב. (1) הראינו בסעיף א כי $f''(x)=2+\frac{1}{4}\cos\frac{x}{2}$ **חיובית, בתחום** $2\pi\le x\le 5\pi$ **.**

הערך המקסימלי של $\cos\frac{x}{2}$ **הוא** 1 **ומתקבל עבור** $x=4\pi k$ **, לכן בתחום הנתון עבור** $x=4\pi$

ובהתאם הערך המקסימלי של $f''(x)$ **הוא** 2.25 **.**

הערה – עבור $x=4\pi$ $f''(x)$ **עוברת מעלייה לירידה, ולכן זה שיעור ה-** x **של נקודת פיתול של**
פונקציית הנגזרת $f'(x)$ **שבאה לידי ביטוי בגרף הממוחשב שהבאנו בתת-סעיף א (3).**

תשובה: הערך המקסימלי של $f''(x)$ **הוא** 2.25 **.**

(2) בסעיפים הקודמים הראינו כי בתחום הנתון: הערך המינימלי של $f'(x)$ **הוא** 12.57**,**
והערך המקסימלי של $f''(x)$ **הוא** 2.25**. מכאן שגרף** $f'(x)$ **נמצא מעל גרף** $f''(x)$ **בכל התחום הנתון,**
לכן השטח שבין הגרפים של שתי פונקציות אלו שווה לערך של האינטגרל המסוים

$$\int_{2\pi}^{5\pi}(f'(x)-f''(x))\,dx$$

תשובה: כן, לפי הנימוק לעיל.

א. נתון כי $g(x)=k+2x$ **,** $\int_0^1 g(x)\,dx=0$ **(** k **פרמטר).**

נמצא את ערכו של k **.**

$$\int_0^1 (k+2x)\,dx=0$$

$$\left.(kx+\frac{2x^2}{2})\right]_0^1=0$$

$$(k\cdot 1+1^2)-(k\cdot 0+0^2)=0$$

$$\boxed{k=-1}$$

ובהתאם $g(x)=-1+2x$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **, לכן** $0=-1+2x$ **ונקודת החיתוך היא** $(0.5,0)$ **.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **, לכן נקודת החיתוך היא** $(0,-1)$ **.**

תשובה: $(0.5,0)$ **,** $(0,-1)$**.**

ב. נתון כי בתחום $x\ge 0$ **מתקיים:**

$f(x)\ge g(x)$ **, משמעות: הגרף של** $f(x)$ **מעל לזה של** $g(x)$ **או משיק לו (בנקודת הקצה משיק או חותך).**

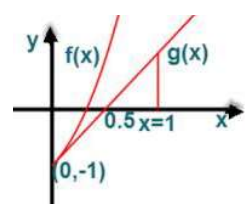
$f''(x)>0$ **, משמעות:** $f(x)$ **קעורה כלפי מעלה** $\cup$ **, כאשר המשיקים עוברים מתחתיה.**

$f(0)=k$ **, משמעות** $f(0)=-1$ **וזו נקודת המגע בין** $f(x)$ **ל-** $g(x)$ **(השקה או חיתוך).**

כיוון ש- $f(x)$ **קעורה כלפי מעלה ו-** $f(x)\ge g(x)$ **הרי ששיפועי המשיקים של** $f(x)$ **גדלים,**

בעוד ששיפוע הישר $g(x)=-1+2x$ **קבוע ועבור** $x>0$ **מתקיים** $f(x)>g(x)$ **.**

הסקיצה המתאימה (כולל עבור סעיף ג):



ג. שטחו של המשולש הימני ושטחו של המשולש החסום על ידי הצירים שווים,

כי אלו משולשים ישרי זווית עם ניצבים שווים באורכם ($1, 0.5$ **), משולשים חופפים.**

כיוון שהשטח של המשולש החסום על ידי הצירים גדול מזה החסום על ידי $f(x)$ **והצירים, על פי הציור,**

הרי שהשטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ **על ידי ציר ה-** x **ועל ידי הישר** $x=1$ **גדול יותר**

מזה של השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ **והצירים.**

תשובה: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ **על ידי ציר ה-** x **ועל ידי הישר** $x=1$ **גדול יותר.**

ד. נתון $f(x)=x^3+3x^2+ax+f(0)$ **(** a **פרמטר). מצאנו כי** $f(0)=-1$ **ולכן** $f(x)=x^3+3x^2+ax-1$

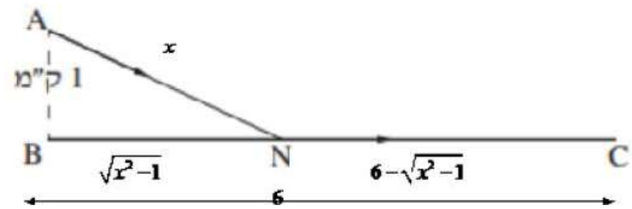
הגרף של $g(x)$ **<u>משיק</u> לגרף של** $f(x)$ **בתחום** $x\ge 0$ **, ולכן נקודת ההשקה היא** $(0,-1)$**.**

כלומר $f'(0)=2$ **כשיפוע הישר** $g(x)=-1+2x$ **.**

$f'(x)=3x^2+6x+a$ **. נציב** $f'(0)=2$ **ונקבל** $2=3\cdot 0^2+6\cdot 0+a$ **ולכן** $a=2$ **.**

תשובה: $f(x)=x^3+3x^2+2x-1$ **.**

נסמן ב- x את המרחק שעובר דני בשדה (ק"מ).



הפונקציה שיש להביא *למינימום* **היא** *זמן ההליכה.*

זמן ההליכה בשדה (בקטע AN**), במהירות** v **קמ"ש הוא** $\frac{x}{v}$ **.**

על ידי משפט פיתגורס (ΔBAN **ישר זווית) נקבל** $BN=\sqrt{x^2-1}$ **.**

אורך הקטע BC **הוא** 6 **ק"מ, לכן** $NC=6-\sqrt{x^2-1}$ **.**

זמן ההליכה בכביש (בקטע NC**), במהירות** $\frac{13}{12}v$ **קמ"ש הוא** $\frac{12(6-\sqrt{x^2-1})}{13v}$ **.**

פונקציית הזמן היא

$$f(x)=\frac{x}{v}+\frac{12(6-\sqrt{x^2-1})}{13v}$$

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{13v}\cdot(13x+72-12\sqrt{x^2-1})}$$

$$f'(x)=\frac{1}{13v}\cdot(13-\frac{12\cdot 2x}{2\sqrt{x^2-1}})$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{13v}\cdot\frac{13\sqrt{x^2-1}-12x}{\sqrt{x^2-1}}}$$

$$0=13\sqrt{x^2-1}-12x \quad \rightarrow 12x=13\sqrt{x^2-1} \quad (\ )^2$$

$$144x^2=169(x^2-1) \quad \rightarrow 144x^2=169x^2-169$$

$$x^2=\frac{169}{25} \quad \rightarrow \boxed{x=2.6} \quad \leftarrow x>1$$

$$0=13\sqrt{2.6^2-1}-12\cdot 2.6 \quad \rightarrow 0=0 \quad o.k.$$

בדיקת סוג הקיצון על ידי ערכי פונקציית הזמן ($v>0$ **פרמטר):**

$f(2)=\frac{1}{13v}\cdot 77.21,\ f(2.6)=\frac{1}{13v}\cdot 77,\ f(3)=\frac{1}{13v}\cdot 77.06$ **ולכן** $x=2.6$ **מינימום.**

המרחק שדני עבר הוא: $x+6-\sqrt{x^2-1}=2.6+6-\sqrt{2.6^2-1}=6.2km$

תשובה: אורך המסלול ANC **, שדני עבר בזמן מינימלי, הוא** 6.2 **ק"מ.**