א. יש כמה גישות לפתור את התרגיל.

הכי טבעי, לפתור בגישה של סדרות הנדסיות.

מהירות: $a_4 = 40$ **,** $q = 2$**,**

כי נוגה הגבירה את המהירות פי 2 **בכל קטע, ובקטע הרביעי רכבה במהירות** 40 **קמ"ש.**

$$a_4 = a_1 q^3$$
$$40 = a_1 \cdot 2^3$$
$$a_1 = 5$$

המהירות בקטע הראשון הייתה 5 **קמ"ש. ובקטעים הבאים:** 10 **קמ"ש,** 20 **קמ"ש,** 40 **קמ"ש.**

זמנים: $S_4 = 3.75$ **,** $q = 0.5$**,**

כי אם המהירות גְדלה פי 2 **בכל קטע (כאשר המרחק קבוע), אז זמן הרכיבה בכל קטע קָטֵן פי** 2**.**

$$S_4 = \frac{a_1(q^4 - 1)}{q - 1}$$
$$3.75 = \frac{a_1(0.5^4 - 1)}{0.5 - 1}$$
$$a_1 = 2$$

זמן הרכיבה בקטע הראשון היה 2 **שעות (ובבאים שעה, מחצית השעה ורבע שעה).**

מכאן, שבקטע הראשון רכבה נוגה 2 **שעות במהירות של** 5 **קמ"ש, ולכן עברה** 10 **ק"מ** $= 5 \cdot 2$**.**

אורכי ארבעת הקטעים שווים, ולכן אורך המסלול הוא 40 **ק"מ** $= 10 \cdot 4$ **.**

תשובה: אורך המסלול הוא 40 **ק"מ.**

ב. דניאל יצא לדרך, באותו מסלול, בשעה $09:45$ **במהירות קבועה.**

וסיים את המסלול ביחד עם נוגה בשעה $11:45$**.**

מהירותו הקבועה הייתה 20 **קמ"ש** $= 40:2$**.**

את הקטע הראשון נוגה סיימה בשעה $10:00$ **(שעתיים מהיציאה), לאחר** 10 **ק"מ.**

עד $10:00$ **עבר דניאל** 5 **ק"מ** $= 0.25 \cdot 20$ **, כלומר לא הגיע עדיין לקטע השני, והיה במרחק של** 5 **ק"מ, מנוגה.**

דניאל לא יכול היה להיפגש עם נוגה בקטע השלישי,

כי מהירותה בקטע הרביעי הייתה גדולה משלו ולכן לא יסיימו ביחד את המסלול.

ברור גם שלא יכול היה להיפגש איתה בקטע הרביעי, כי מהירותה בקטע זה גבוהה משלו.

לכן, הם נפגשו בקטע השני,

כאשר המרחק שעברה נוגה בקטע זה קטן ב- 5 **ק"מ, מזה שעבר דניאל החל מ-** $10:00$**.**

נסמן ב- t **(שעות) את זמן הרכיבה של נוגה בקטע השני, מתחילתו ועד לפגישה עם דניאל.**

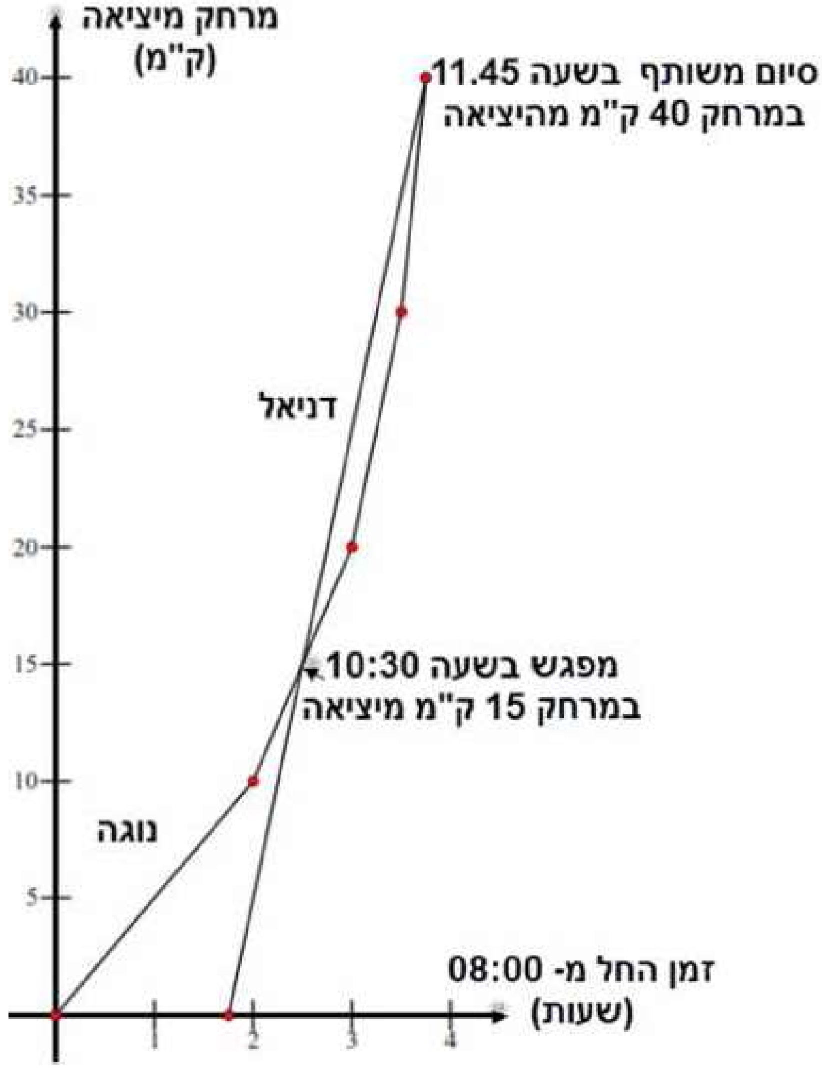
כאשר מהירותה בקטע זה 10 **קמ"ש .**

המשוואה המתאימה היא $10t + 5 = 20t \;\; \leftarrow t = 0.5$ **.**

נפגשו כעבור 0.5 **שעה, לאחר השעה** $10:00$**, כלומר בשעה** $10:30$ **.**

תשובה: דניאל פגש את נוגה בפעם הראשונה בקטע השני של המסלול, בשעה $10:30$**.**

<u>**תאור גרפי של הסיפור**</u>



א. נתונה סדרה a_n **המקיימת:** $a_n=\frac{(2^n+1)(2^n-1)}{2^n}$ **.**

ניעזר בנוסחה של כפל מקוצר: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$$a_n=\frac{(2^n+1)(2^n-1)}{2^n}=\frac{4^n-1}{2^n}=2^n-\frac{1}{2^n}$$

$$a_n=2^n-(\frac{1}{2})^n$$

קבלנו ש- נתון ש- a_n **הוא הפרש של שתי סדרות הנדסיות, שכל איבריהן חיוביים.**

נוודא ש: $b_n=2^n$ **ו-** $c_n=(\frac{1}{2})^n$**, על-מנת שיתאים לנתון ש:** $a_n=b_n-c_n$ **.**

נתון: $c_3=\frac{1}{8}$, **ואכן** $(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}$**, כאשר** $c_n=(\frac{1}{2})^n$ **.**

נתון: $b_6=64$, **ואכן** $2^6=64$**, כאשר** $b_n=2^n$ **.**

(1) תשובה: $b_1=2$ **ומנת הסדרה היא** 2**.**

(2) תשובה: $c_1=\frac{1}{2}$ **ומנת הסדרה היא** $\frac{1}{2}$ **.**

ב. נתון כי $a_n=b_n-c_n$ **.**

נמצא את סכומי הסדרות, בעזרת סכומים של טורים מתאימים.

$$+\begin{cases} a_1=b_1-c_1 \\ a_2=b_2-c_2 \\ a_3=b_3-c_3 \\ . \\ . \\ . \\ \underline{a_n=b_n-c_n} \end{cases}$$

$$\mathrm{A}_n=\mathrm{B}_n-\mathrm{C}_n$$

תשובה: הוכח.

ג. נראה לאלו ערכי n **מתקיים** $0.9 < B_n - A_n < 1$.

על פי סעיף ב' מתקיים $C_n = B_n - A_n$**, ולכן יש להוכיח כי** $0.9 < C_n < 1$.

$$0.9 < C_n < 1$$
$$\Leftrightarrow 0.9 < \frac{c_1(q^n - 1)}{q-1} < 1$$
$$\Leftrightarrow 0.9 < \frac{\frac{1}{2}((\frac{1}{2})^n - 1)}{\frac{1}{2} - 1} < 1$$
$$\Leftrightarrow 0.9 < \frac{\frac{1}{2}((\frac{1}{2})^n - 1)}{-\frac{1}{2}} < 1$$
$$\Leftrightarrow 0.9 < 1 - (\frac{1}{2})^n < 1$$

אגף ימין: $1 - (\frac{1}{2})^n < 1$ **, ולכן** $(\frac{1}{2})^n > 0$ **וזה נכון לכל** n **טבעי.**

אגף שמאל: $0.9 < 1 - (\frac{1}{2})^n$**, ולכן** $(\frac{1}{2})^n < 0.1$.

$(\frac{1}{2})^n$ **היא סדרה הנדסית יורדת, ולכן יש למצוא את האיבר הראשון בה שקטן מ-** 0.1.

$(\frac{1}{2})^1 = 0.5 > 0.1$ **,** $(\frac{1}{2})^2 = 0.25 > 0.1$ **,** $(\frac{1}{2})^3 = 0.125 > 0.1$ **,** $(\frac{1}{2})^4 = 0.0625 < 0.1$.

תשובה: עבור $n \geq 4$ **טבעי .**

א. p **- ההסתברות שלדייר שנבחר באקראי יש קלנועית.**

נתון כי ההסתברות של- 4 **מתוך** 9 **דיירים יש קלנועית,**

גדולה פי 24 **מההסתברות של-** 6 **מתוך** 9 **דיירים יש קלנועית.**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי:

$$P_9(4) = 24P_9(6)$$

$$\binom{9}{4}\cdot p^4\cdot(1-p)^{9-4} = 24\cdot\binom{9}{6}\cdot p^6\cdot(1-p)^{9-6} \quad / : p^4(1-p)^3 > 0$$

$$\frac{9!}{4!(9-4)!}\cdot(1-p)^2 = 24\cdot\frac{9!}{6!(9-6)!}p^2$$

$$126(1-p)^2 = 24\cdot 84p^2$$

$$(1-p)^2 = 16p^2 \quad /\sqrt{\ }$$

$$1-p = 4p$$

$$\boxed{p = 0.2}$$

(ניתן להוציא שורש ריבועי כי כל הגורמים במכפלה חיוביים.)

תשובה: $p = 0.2$.

ב. נחשב את ההסתברות של- 4 **דיירים מתוך** 6 **יש קלנועית, אם נתון שלפחות ל-** 3 **יש קלנועית.**

$$P(4\ \textit{have kalnoit} \,/\, \textit{at least } 3\ \textit{have kalnoit}) = \frac{P(4\ \textit{have kalnoit} \cap \textit{at least } 3\ \textit{have kalnoit})}{P(\textit{at least } 3\ \textit{have kalnoit})} =$$

$$= \frac{P_6(4)}{P_6(3)+P_6(4)+P_6(5)+P_6(6)} = \frac{\binom{6}{4}\cdot 0.2^4\cdot 0.8^2}{\binom{6}{3}\cdot 0.2^3\cdot 0.8^3 + \binom{6}{4}\cdot 0.2^4\cdot 0.8^2 + \binom{6}{5}\cdot 0.2^5\cdot 0.8^1 + 0.2^6} =$$

$$= \frac{15\cdot 0.2^4\cdot 0.8^2}{20\cdot 0.2^3\cdot 0.8^3 + 15\cdot 0.2^4\cdot 0.8^2 + 6\cdot 0.2^5\cdot 0.8^1 + 0.2^6} =$$

$$= \frac{48/3125}{309/3125} = \frac{16}{103}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{16}{103}$.

ג. בוחרים באקראי דיירים עד של- 3 **דיירים בדיוק יהיה קלנועית.**

על-מנת שייבחרו בדיוק 6 **דיירים, נדרש שייבחרו בדיוק** 2 **בעלי קלנועית מתוך** 5 **הראשונים,**

ו<u>שגם</u> השישי, שייבחר, יהיה בעל קלנועית.

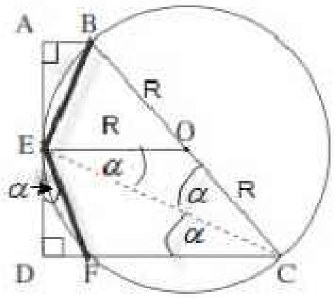
$$P = P_5(2)\cdot p$$

$$P = \binom{5}{2}\cdot 0.2^2\cdot 0.8^3\cdot 0.2$$

$$P = 10\cdot 0.2^2\cdot 0.8^3\cdot 0.2$$

$$P = 0.04096$$

תשובה: ההסתברות היא 0.04096 .



<u>נתונים</u>

1. O **מרכז המעגל .**

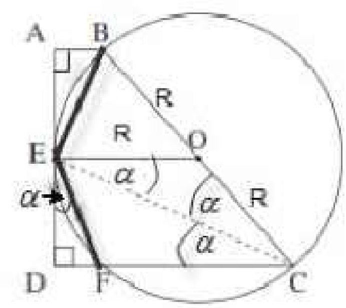
2. $ABCD$ **טרפז ישר זווית. 3.** $AB \parallel DC$ **.4** $\sphericalangle D = 90^\circ$ **.**

5. AD **משיק למעגל בנקודה** E **. 6.** BC **קוטר.**

צ"ל: א. $\sphericalangle BCD = 2\sphericalangle DEF$ **ב.** $\Delta ABE \cong \Delta DFE$ **ג.** $BC = DF + DC$ **.**

הסבר		טענה	נימוק
	7	$\sphericalangle DEF = \alpha$	**סימון**
5	**8**	AD **משיק למעגל בנקודה** E	**נתון**
8 ,7	**9**	$\sphericalangle ECF = \sphericalangle DEF = \alpha$	**זווית בין משיק למיתר וכלל המעבר**
1	**10**	O **מרכז המעגל**	**נתון**
10 ,8	**11**	AE **משיק למעגל** N **בנקודה** E	**נתון**
11 ,10	**12**	$\sphericalangle OEA = 90^\circ$	**המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה**
4	**13**	$\sphericalangle D = 90^\circ$	**נתון**
13 ,12	**14**	$EO \parallel DC$	**שני ישרים שמאונכים לישר שלישי – מקבילים**
14 ,9	**15**	$\sphericalangle OEC = \sphericalangle ECF = \alpha$	**זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים**
10	**16**	$OE = OC$	**רדיוסים שווים במעגל**
16 ,15	**17**	$\sphericalangle OCE = \sphericalangle OEC = \alpha$	**זוויות בסיס שוות במש"ש וכלל המעבר**
17 ,9	**18**	$\sphericalangle BCD = 2\alpha$	**סכום זוויות**
18 ,7	**19**	$\sphericalangle BCD = 2\sphericalangle DEF$	**חישוב**
		מ.ש.ל. א	
10	**20**	$OB = OC$	**רדיוסים שווים במעגל**
1	**21**	$ABCD$ **טרפז ישר זווית**	**נתון**
3	**22**	$AB \parallel DC$	**נתון**
22 ,14	**23**	$EO \parallel AB$	**שני ישרים שמקבילים לישר שלישי– גם מקבילים**
23 ,21 ,20 ,14	**24**	EO **קטע אמצעים בטרפז** $ABCD$	**יוצא מאמצע שוק ומקביל לבסיסים**
24	**25**	$AE = ED$ **(צ)**	**קטע אמצעים בטרפז חוצה את שוקי הטרפז**
17 ,9	**26**	$BE = EF$ **(צ)**	**על זוויות היקפיות שוות נשענים מיתרים שווים**
22 ,9	**27**	$\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$ **(ז)**	**זוויות חד צדדיות משלימות ל-** 180°
27 ,26 ,25	**28**	$\Delta ABE \cong \Delta DFE$	**משפט חפיפה צלע צלע זווית מול הצלע הגדולה**
		מ.ש.ל. ב	

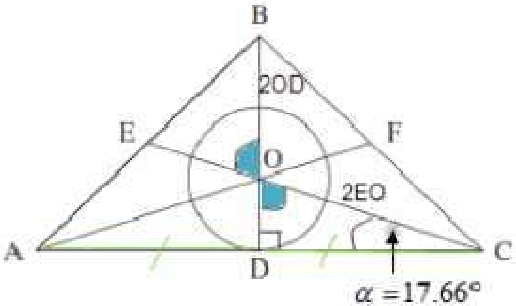
הסבר		טענה	נימוק
24	29	$EO = \frac{AB + DC}{2}$	קטע אמצעים בטרפז שווה למחצית סכום הבסיסים
28	30	$DF = AB$	צ.מ.ב.ח
29, 30	31	$2EO = DF + DC$	הצבה וחישוב
6	32	BC קוטר	נתון
32	33	$2EO = BC$	הקוטר שווה לפעמיים הרדיוס
31, 33	34	$BC = DF + DC$	כלל המעבר
מ.ש.ל. ג			



א. ΔABC **שווה שוקיים , ולכן התיכון** BD **לבסיס** AC **מתלכד עם הגובה לבסיס.**

התיכונים חותכים זה את זה ביחס $2:1$ **מהקדקוד, ולכן:** $BO=2OD$ **, ו-** $CO=2OE$ **.**

$\sphericalangle BOE=\sphericalangle COD$ **(זוויות קדקודיות שוות זו לזו).**



$$S_{\Delta BOE}\overset{?}{=}S_{\Delta COD}$$
$$\frac{1}{2}\cdot BO\cdot OE\cdot \sin\sphericalangle BOE\overset{?}{=}\frac{1}{2}\cdot CO\cdot OD\cdot \sin\sphericalangle COD$$
$$2OD\cdot\frac{CO}{2}\cdot \sin\sphericalangle COD\overset{?}{=}CO\cdot OD\cdot \sin\sphericalangle COD$$
$$CO\cdot OD\overset{?}{=}CO\cdot OD \quad \text{o.k}$$

תשובה: הוכח.

ב. $\sphericalangle ACE=\alpha$ **(סימון), לכן** $\sphericalangle COD=90°-\alpha$ **(סכום זוויות** $180°$ **ב-** ΔCOD **).**

נתון: $S_{\Delta AOC}$ **שווה לשטח העיגול שמרכזו** O **, ומשיק לבסיס המשולש בנקודה** D **.**

$$S_{\Delta COD}=\frac{(OD)^2\cdot\sin\sphericalangle(90°-\alpha)\cdot\sin 90°}{2\sin\alpha}$$
$$S_{\Delta COD}=\frac{(OD)^2\cdot\cos\alpha}{2\sin\alpha}$$
$$S_{\Delta COD}=\frac{(OD)^2}{2\tan\alpha}$$

כיוון שהתיכון מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח, הרי ש: $S_{\Delta AOC}=\dfrac{(OD)^2}{\tan\alpha}$.

$S_{\Delta AOC}$ **שווה לשטח העיגול:**

$$\frac{(OD)^2}{\tan\alpha}=\pi\cdot(OD)^2 \quad /:(OD)^2>0$$
$$\frac{1}{\pi}=\tan\alpha$$
$$\alpha=17.66° \quad \rightarrow \boxed{\sphericalangle ACE=17.66°} \quad (\alpha<90°)$$

תשובה: $\sphericalangle ACE=17.66°$ **.**

ג. נביע את אורך הקטע OE **, בעזרת הרדיוס** $OD=r$**.**

$\underline{\Delta AEO}$

$$\sin 17.66°=\frac{OD}{OC}$$
$$OC=\frac{r}{\sin 17.66°}$$
$$OC=3.2963r$$
$$OE=\frac{3.2963r}{2}$$
$$\boxed{OE=1.6485r}$$

תשובה: $OE=1.6485r$.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$ **.**

(1) נמצא את תחום ההגדרה של $f(x)$ **. נדרש שהביטוי שבתוך השורש יהיה חיובי.**

הביטוי, שבתוך השורש, מתאפס עבור $x=4,6$ **.**

גרף הביטוי הוא של פרבולה בעלת מינימום וחיובי עבור $x>6$ **או** $x<4$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה: $x>6$ **או** $x<4$ **.**

(2) המונה מתאפס עבור $x=5$ **שאינו בתחום ההגדרה, ולכן אין נקודות חיתוך עם ציר ה-** x **.**

נציב $x=0$ **ונקבל** -1.021 **.**

תשובה: נקודת חיתוך עם ציר ה- y **:** $(0,\ -1.021)$ **.**

(3) נמצא אסימפטוטות המאונכות לצירים.

ניעזר בהצבות מתאימות (בבגרות מומלץ על ידי הצבות ודי לרשום תשובות סופיות):

נציב $x=6.00001$ **ונקבל** 223 **. מסקנה הישר** $x=6$ **אסימפטוטה אנכית (** $\lim\limits_{x\to6^+} f(x)=+\infty$ **).**

נציב $x=3.99999$ **ונקבל** -223 **. מסקנה הישר** $x=4$ **אסימפטוטה אנכית (** $\lim\limits_{x\to4^-} f(x)=-\infty$ **).**

נציב $x=100$ **ונקבל** 1.000055 **.**

מסקנה הישר $y=1$ **אסימפטוטה אופקית, והגרף יגיע אליו מלמעלה בירידה .**

נציב $x=-100$ **ונקבל** -1.000045 **.**

מסקנה הישר $y=-1$ **אסימפטוטה אופקית, והגרף יתחיל מתחתיו בירידה.**

אפשר גם:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}=\lim_{x\to\infty}\frac{x-5}{|x|\sqrt{1-\frac{10}{x}+\frac{24}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-5}{|x|\sqrt{1-\frac{10}{x}+\frac{24}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-5}{x\sqrt{1-\frac{10}{x}+\frac{24}{x^2}}}=1$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x-5}{|x|\sqrt{1-\frac{10}{x}+\frac{24}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-5}{-x\sqrt{1-\frac{10}{x}+\frac{24}{x^2}}}=-1$$

תשובה: $x=6$ **,** $x=4$ **,** $y=1\ (x\to+\infty)$ **,** $y=-1\ (x\to-\infty)$ **.**

(3) נמצא תחומי עלייה וירידה:

$$f(x)=\frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$$

$$f'(x)=\frac{\sqrt{x^2-10x+24}-\frac{(x-5)(2x-10)}{2\sqrt{x^2-10x+24}}}{x^2-10x+24}$$

$$f'(x)=\frac{\sqrt{x^2-10x+24}-\frac{2(x-5)(x-5)}{2\sqrt{x^2-10x+24}}}{x^2-10x+24}$$

$$f'(x)=\frac{x^2-10x+24-(x^2-10x+25)}{(x^2-10x+24)\sqrt{x^2-10x+24}}$$

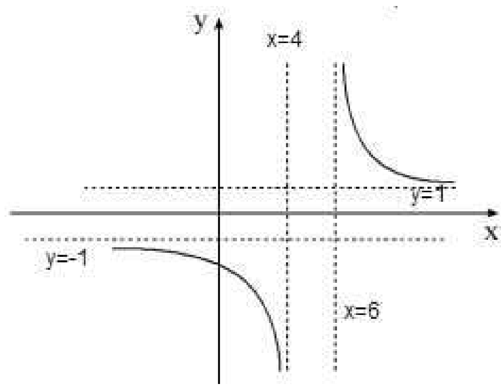
$$\boxed{f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{(x^2-10x+24)^3}}}$$

מכנה הנגזרת חיובי, בתחום ההגדרה.

מונה הנגזרת שלילי,

תשובה: ירידה: $x>6$ או $x<4$, עלייה: אף x.

(5) סרטוט הסקיצה המתאימה.



ב. (1) נתונה הפונקציה $g(x)=f(x+5)$, שהיא הזזה אופקית 5 יחידות שמאלה של $f(x)$.

$$g(x)=f(x+5)$$

$$g(x)=\frac{x+5-5}{\sqrt{(x+5)^2-10(x+5)+24}}$$

$$g(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+10x+25-10x-50+24}}$$

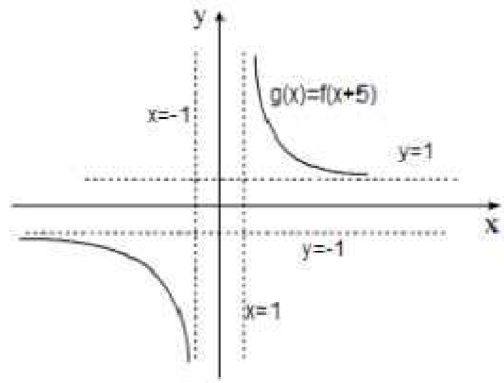
$$\boxed{g(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}}$$

$$g(-x)=\frac{-x}{\sqrt{(-x)^2-1}}=-\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}=-g(x)$$

ולכן הפונקציה $g(x)=f(x+5)$ היא פונקציה אי-זוגית (סימטרית לראשית הצירים).

תשובה: הוכח.

(2) הסרטוט המתאים:



ג. נסביר מדוע $\int_{a+5}^{b+5} f(x)dx = \int_a^b g(x)dx$ **, לכל** $1 < a < b$

ראשית, אי השוויון $1 < a < b$ **מראה שמדובר בחישוב שטח, שכולו בתחום ההגדרה של שתי הפונקציות:**

$x > 6$ **עבור** $f(x)$ **, ו-** $x > 1$ **עבור** $g(x)$ **.**

אם נזיז את השטח שמבוטא בביטוי הימני, בדיוק 5 **יחידות שמאלה ,**

נקבל את השטח שמבוטא בביטוי השמאלי – ולכן אלו שטחים הזהים בגודלם.

תשובה: הוכח.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2\sin x}{\cos^3 x}$ **, בתחום** $0\le x\le\frac{\pi}{2}$ **.**

(1) תחום ההגדרה $\boxed{x\ne\frac{\pi}{2}+\pi k} \leftarrow \cos x\ne 0 \leftarrow \cos^3 x\ne 0$

תשובה: $x\ne\frac{\pi}{2}+\pi k$ **.**

(2) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=2\sin x$$
$$0=\sin x$$
$$x=\pi k$$
$$\boxed{(\pi k,0)}$$

תשובה: נקודות חיתוך עם ציר ה- x **:** $(\pi k,0)$**, כשאחת מהן היא נקודת החיתוך עם ציר ה-** y **:** $(0,0)$ **.**

(2) $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$ **מאפס מכנה ולא מונה, ולכן הישרים** $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$ **אסימפטוטות אנכיות.**

תשובה: $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$ **אסימפטוטות אנכיות.**

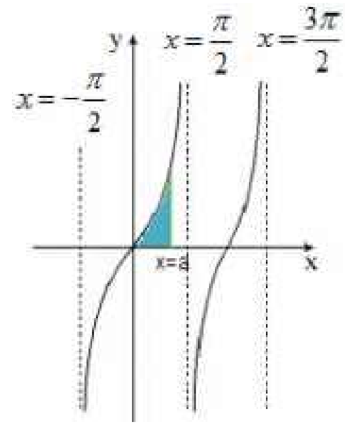
(4) נמצא תחומי עלייה וירידה.

$$f'(x)=2\cdot\frac{\cos^4 x+3\cdot\sin^2 x\cdot\cos^2 x}{\cos^6 x}$$
$$f'(x)=2\cdot\frac{\cos^2 x+3\cdot\sin^2 x}{\cos^4 x}$$
$$f'(x)=2\cdot\frac{\cos^2 x+\cdot\sin^2 x+2\cdot\sin^2 x}{\cos^4 x}$$
$$\boxed{f'(x)=2\cdot\frac{1+2\cdot\sin^2 x}{\cos^4 x}}$$

הנגזרת חיובית בתחום ההגדרה, והפונקציה עולה בין כל שתי אסימפטוטות אנכיות עוקבות.

תשובה: עליה: $\frac{\pi}{2}+\pi k<x<\frac{\pi}{2}+\pi(k+1)$ **.**

ב. סקיצה מתאימה בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ **, כולל סימון השטח לסעיף ג.**



ג. נחשב את השטח המבוקש (ונשווה ל-1) , תוך שימוש בזיהוי הנגזרת הפנימית,

$$S=\int_0^a \left(\frac{2\sin x}{\cos^3 x}-0\right)dx$$

$$S=\int_0^a (-2(\cos x)^{-3}(-\sin x))\,dx$$

$$S=\left(-2\frac{(\cos x)^{-2}}{-2}\right)\Bigg]_0^a$$

$$S=\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)\Bigg]_0^a$$

$$S=\frac{1}{\cos^2 a}-\frac{1}{\cos^2 0}$$

$$S=\frac{1}{\cos^2 a}-1$$

$$1=\frac{1}{\cos^2 a}-1$$

$$\cos^2 a=\frac{1}{2}$$

$$\cos a=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos a=\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \cos a=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k \qquad a=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k$$

$$\boxed{a=\frac{\pi}{4}} \quad \leftarrow 0<a<a$$

תשובה: $a=\frac{\pi}{4}$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=-x^2+2x+c$, שהגרף שלה הוא פרבולה בעלת מקסימום.

ציר הסימטריה הוא $x=1 \;\;\rightarrow x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{-2}=1$ **.**

לכן, על פי הנקודות הסימטריות שעל ציר ה- x **:** $1=\frac{2t+(-t)}{2}$ **ומכאן ש-** $t=2$.

שיעורי הנקודה B **הם** $(4,0)$. **נציב בתבנית הפונקציה:** $0=-4^2+2\cdot 4+c$ **ומכאן ש-** $c=8$.

תשובה: $t=2$, $c=8$,

ב. הפונקציה שיש להביא למקסימום היא שטח משולש KLM **, כחומר את** $\frac{\text{ML}\cdot\text{KL}}{2}$ **.**

נסמן את שיעורי הנקודה $\text{K}(x,-x^2+2x+8)$.

$\text{M}(1,0)$ **על ציר הסימטריה, לכן** $\text{MK}=|x-1|$ **- כי לא נתון האם** L **מימין או משמאל ל-** M **.**

$\text{KL}=-x^2+2x+8$ **.**

עבור $x_\text{L}>x_\text{M}$ **, נקבל ש:** $\text{MK}=x-1$ **.**

$$S=\frac{(x-1)\cdot(-x^2+2x+8)}{2}$$

$$S=\frac{1}{2}\cdot(-x^3+2x^2+8x+x^2-2x-8)$$

$$\boxed{S=\frac{1}{2}\cdot(-x^3+3x^2+6x-8)}$$

$$\boxed{S'=\frac{1}{2}\cdot(-3x^2+6x+6)}$$

$$0=-3x^2+6x+6$$

$$x=2.732 \quad o.k. \quad (x>1)$$

$$x=-0.732 \quad not \quad o.k. \quad (x<1)$$

$$S''=\frac{1}{2}\cdot(-6x+6)$$

$$S''(2.732)<0 \quad \rightarrow Max$$

עבור $x_\text{L}<x_\text{M}$ **, נקבל ש:** $\text{MK}=1-x$ **ופונקצית השטח תהייה נגדית לפונקציה שחישבנו.**

$$\boxed{S=-\frac{1}{2}\cdot(-x^3+3x^2+6x-8)}$$

$$\boxed{S'=-\frac{1}{2}\cdot(-3x^2+6x+6)}$$

עם אותם פתרונות, רק שעתה הפתרון שיתקבל הוא $x=-0.732$ **(כי** $x<1$ **) והוא מקסימום.**

תשובה: : $x=2.732$ **,** $x=-0.732$ **.**