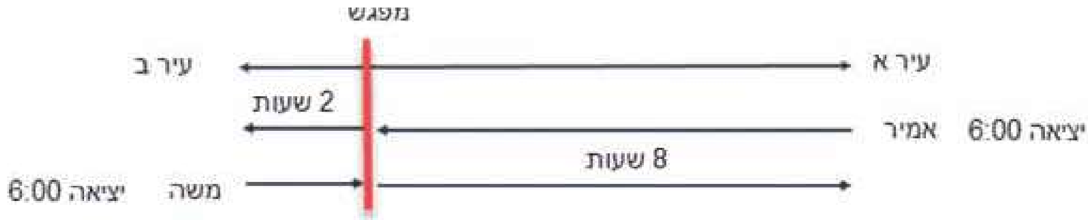
א. נסמן את מהירות נסיעתו של אמיר ב- v (קמ"ש, נוח עבור סעיף ב) .

נסמן את מהירות נסיעתו של משה ב- x (קמ"ש) .

(הערה – המספרים בטבלה, בסוגריים, מראים את אופן מילוי הטבלה)



		זמן - t שעות	מהירות - v ק"מ לשעה	דרך-מרחק - s ק"מ
מהתחלה עד המפגש	**אמיר**	(12) $\frac{8x}{v}$	(11) v	(10) $8x$
	משה	(9) $\frac{2v}{x}$	(8) x	(7) $2v$
מהמפגש עד ההגעה לעיר השנייה	**אמיר**	(1) 2	(2) v	(3) $2v$
	משה	(4) 8	(5) x	(6) $8x$

זמני הנסיעה של אמיר ומשה, עד המפגש, שווים זה לזה.

לכן, המשוואה המתאימה היא $\frac{2v}{x} = \frac{8x}{v}$.

$$4x^2 = v^2$$

$$2x = v \quad / x, v > 0$$

הזמן עד הפגישה: $4 = \frac{8x}{2x} = \frac{8x}{v}$ **,** 4 **שעות.** 4 **שעות, לאחר שעת היציאה ב-** $6:00$ **, כלומר בשעה** $10:00$.

תשובה: אמיר ומשה עברו זה על פני זה בשעה $10:00$.

ב. (1) המרחק בין עיר א לעיר ב הוא $8x + 2v = 4v + 2v = 6v$.

תשובה: המרחק בין עיר א לעיר ב הוא $6v$ **ק"מ.**

(2) נסמן את מהירות נסיעתה של יסמין ב- y **(קמ"ש) .**

יסמין רכבה באופנוע, מעיר א לעיר ב, החל מהמפגש בין אמיר למשה.

זמן נסיעתה גדול מזמנו של אמיר מהמפגש ועד עיר ב (2 **שעות),**

וקטן מזמנו של משה מהמפגש ועד עיר א (8 **שעות).**

אי השוויון המתאים הוא : $2 < \frac{6v}{y} < 8$ **, ומכאן ש-** $\boxed{\frac{3}{4}v < y < 3v}$.

תשובה: מהירותה של יסמין (קמ"ש) היא בין $\frac{3}{4}v$ **ל-** $3v$.

א. a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית מתכנסת (כלומר, $a_n \to 0$, $-1 < q < 1$), שסכומה שלילי (כלומר, $S < 0$).

נבדוק איזו טענה בהכרח נכונה.

$S < 0$

$\frac{a_1}{1-q} < 0$

כיון ש- $-1 < q < 1$, אז $1-q > 0$. אם המכנה חיובי, והמנה שלילית - אז המונה בהכרח שלילי.

תשובה: טענה III בהכרח נכונה, $a_1 < 0$.

ב. נביע את p באמצעות q.

	איברים במקומות אי-זוגיים	איברים במקומות זוגיים
A_1	a_1	$a_2 = a_1 q$
Q	$\frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{a_n q^2}{a_n} = q^2$	q^2
סכום הסדרה המתכנסת $-1 < q < 1 \quad \to 0 < q^2 < 1$	$T = \frac{a_1}{1-q^2}$	$R = \frac{a_1 q}{1-q^2}$

נתון $T + p \cdot R = 0$

$$\frac{a_1}{1-q^2} + p \cdot \frac{a_1 q}{1-q^2} = 0 \quad : \frac{a_1}{1-q^2} < 0$$

$$1 + p \cdot q = 0$$

$$\boxed{p = -\frac{1}{q}}$$

תשובה: $p = -\frac{1}{q}$.

ג. b_n היא סדרה הנדסית, שהמנה שלה היא $p = -\frac{1}{q}$.

כיון ש- $-1 < q < 1$, הרי ש- $-\frac{1}{q} > 1$ או $-\frac{1}{q} < -1$, ולכן הסדרה אינה מתכנסת.

תשובה: הסדרה b_n אינה מתכנסת.

ד. נתון $p = -\frac{1}{q} < 0$, ולכן $0 < q < 1$.

כיון שמצאנו כי $a_1 < 0$, וגם $0 < q < 1$, הרי שהסדרה עולה –

כאשר a_1 הוא האיבר הקטן ביותר בסדרה, ו- $a_n \to 0$.

תשובה: הראינו ש- $a_{n+1} > a_n$ (כלומר שהסדרה a_n עולה).

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A **- עברו את המבחן** $\overline{A}$ **- לא עברו את המבחן**

B **- נעזרו בחבריהם** $\overline{B}$ **- לא נעזרו בחבריהם**

<u>נתונים ומשמעויות מידיות</u>

$$P(B)=0.37 \text{ , } P(\overline{B})=0.63$$

$$P(A/B)=\frac{35}{37} \quad \rightarrow P(\overline{A}/B)=\frac{2}{37}$$

$$5N(\overline{A}\cap\overline{B})=N(A\cap B)\rightarrow 5P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(A\cap B)$$

<u>פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית</u>

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$\frac{35}{37}=\frac{P(A\cap B)}{0.37}$$

$$P(A\cap B)=0.35$$

ולכן: $P(\overline{A}\cap\overline{B})=\frac{0.35}{5}=0.07$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	A **עברו את המבחן**	$\overline{A}$ **לא עברו את המבחן**	
B **נעזרו בחבריהם**	0.35	0.02	0.37
$\overline{B}$ **לא נעזרו בחבריהם**	0.56	0.07	0.63
	0.91	0.09	1

$$P(B/\overline{A})=\frac{P(B\cap\overline{A})}{P(\overline{A})}=\frac{0.02}{0.09}=\frac{2}{9}$$

תשובה: ההסתברות לבחור, באקראי, נבחן שנעזר בחבריו, אם ידוע שהוא לא עבר את המבחן, היא $\frac{2}{9}$.

ב. עבור יעל, שנעזרה בחבריה, הסיכוי שעברה את הבחינה הוא $P(A/B)=\frac{35}{37}$.

עבור הדס, שלא נעזרה בחבריה, הסיכוי שעברה את הבחינה הוא $P(A/\overline{B})=\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{0.56}{0.63}=\frac{8}{9}$.

תשובה: כן, ההסתברות שיעל עברה את הבחינה גבוה מזה של הדס, כי $\frac{35}{37}>\frac{8}{9}$.

ג. שליש מ- 6 תלמידים הוא 2 תלמידים.

זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי $n=6$, $p(Passed\ the\ test\ without\ help)=\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\overline{\mathrm{B}})=0.56$ **,** $k=2$**.**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי:

$$\mathrm{P}_6(2)=\binom{6}{2}\cdot 0.56^2\cdot(1-0.56)^{6-2}=15\cdot 0.56^2\cdot 0.44^4=0.1763$$

תשובה: ההסתברות ששליש מששת התלמידים שנבחרו, לא נעזרו בחבריהם ועברו את המבחן, היא 0.1763**.**

ד. ההסתברות לקיום של לפחות אחת משתי הטענות – 1) תלמיד נעזר בחבריו, 2) התלמיד לא עבר את המבחן,

היא $\mathrm{P}(\mathrm{B}\cup\overline{\mathrm{A}})=1-\mathrm{P}(\overline{\mathrm{B}}\cap\mathrm{A})=1-0.56=0.44$

תשובה: ההסתברות היא 0.44**.**

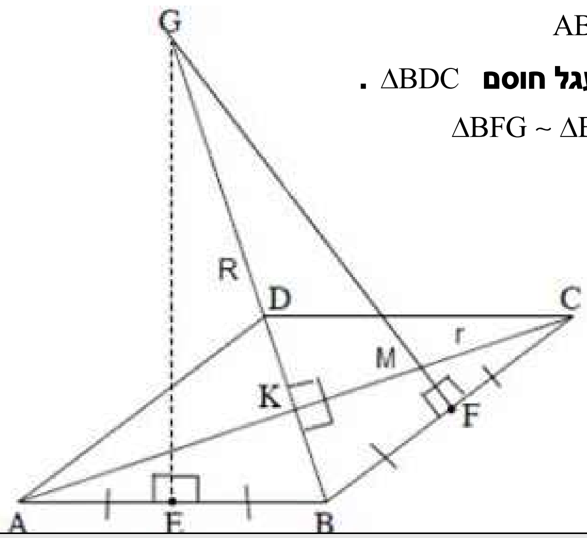
<u>נתונים</u>

1. $ABCD$ **מעוין. 2.** $AE=EB$ **3.** $BF=CF$ **4.** $AB\perp EG$

עבור ב. 5. R **רדיוס מעגל חוסם** ΔABC **6.** r **רדיוס מעגל חוסם** ΔBDC **.**

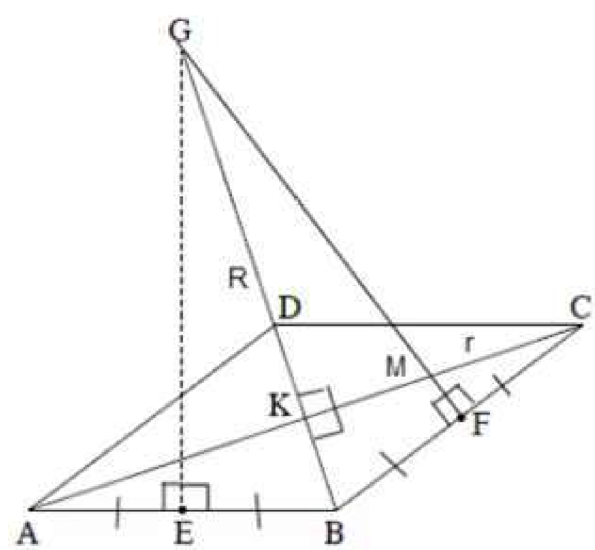
צ"ל: א. G **מרכז מעגל חוסם** ΔABC **ב.** $\Delta BFG\sim\Delta BKC\sim\Delta MFC$

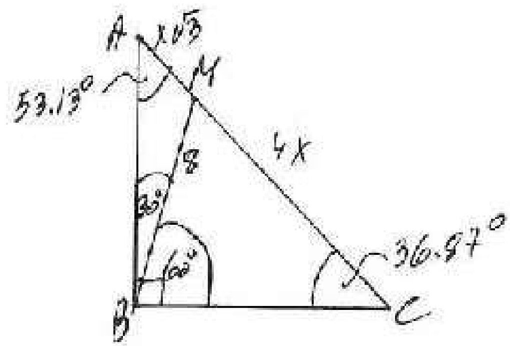
ג. (1) $\frac{MC}{GB}=\frac{MF}{CF}$ **,** $\frac{MF}{CF}=\frac{BK}{CK}$ **(2)** $\frac{DB}{AC}=\frac{r}{R}$ **.**



הסבר		טענה	נימוק
1	**7**	$ABCD$ **מעוין**	**נתון**
2	**8**	$AE=EB$	**נתון**
4	**9**	$AB\perp EG$	**נתון**
9 ,8	**10**	EG **אנך אמצעי לצלע** AB	**אנך באמצע הצלע**
7	**11**	$AK=KC$	**אלכסוני המעוין חוצים זה את זה**
1	**12**	$GK\perp AC$	**אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה**
12 ,11	**13**	BG **אנך אמצעי לצלע** AC	**אנך באמצע הצלע**
13 ,10	**14**	G **מרכז מעגל חוסם** ΔABC	**מפגש אנכים אמצעיים הוא מרכז מעגל חוסם**
		מ.ש.ל. א	
		M **מרכז מעגל חוסם** ΔBDC	**נתון מיותר – נראה למה**
3	**15**	$BF=CF$	**נתון**
15 ,14	**16**	GF **אנך אמצעי לצלע** BC	**יוצא מאמצע צלע** BC **,** **ומגיע למרכז מעגל חוסם** ΔABC
7	**17**	$CK\perp BD$	**אלכסוני המעוין מאונכים זה לזה**
7	**18**	$DK=KB$	**אלכסוני המעוין חוצים זה את זה**
18 ,17	**19**	KC **אנך אמצעי לצלע** BD	**אנך באמצע הצלע**
19 ,16	**20**	M **מרכז מעגל חוסם** ΔBDC	**מפגש אנכים אמצעיים הוא מרכז מעגל חוסם**
19 ,16	**21**	$\sphericalangle BFG=\sphericalangle BKC=\sphericalangle MFC$ **(ז)**	**כלל המעבר**
17	**22**	$\sphericalangle KBC=90^\circ-\sphericalangle MCF$	**סכום זוויות** 180° **ב-** ΔBKC
22 ,16	**23**	$\sphericalangle FGB=\sphericalangle MCF$	**סכום זוויות** 180° **ב-** ΔBFG
23	**24**	$\sphericalangle BGF=\sphericalangle BCK=\sphericalangle MCF$ **(ז)**	**זווית משותפת וכלל המעבר**
24 ,21	**25**	$\Delta BFG\sim\Delta BKC\sim\Delta MFC$	**משפט דמיון ז. ז.**
		מ.ש.ל. ב	

הסבר		טענה	נימוק
25	26	$\frac{MC}{GB}=\frac{MF}{BF}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
15, 26	27	$\boxed{\frac{MC}{GB}=\frac{MF}{CF}}$	הצבה
25	28	$\frac{MF}{BK}=\frac{CF}{CK}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
28	29	$\boxed{\frac{MF}{CF}=\frac{BK}{CK}}$	חישוב
		מ.ש.ל. ג (1)	
27, 29	30	$\frac{MC}{GB}=\frac{BK}{CK}$	כלל המעבר
6	31	r רדיוס מעגל חוסם ΔBDC	נתון
5	32	R רדיוס מעגל חוסם ΔABC	נתון
14, 20, 30-32	33	$\frac{r}{R}=\frac{BK}{CK}$	הצבה
33	34	$\frac{r}{R}=\frac{2BK}{2CK}$	חישוב
11, 18, 34	35	$\frac{r}{R}=\frac{BD}{AC}$	חישוב
		מ.ש.ל. ג	





א. $AM : MC = \sqrt{3} : 4$ **, ולכן נסמן:** $AM = x\sqrt{3}$, $MC = 4x$ **.**

(1) שתי משוואות על פי משפט הסינוסים.

$\underline{\Delta ABM}$

$$I: \quad \frac{BM}{\sin\sphericalangle A} = \frac{AM}{\sin 30°}$$

$\underline{\Delta CMB}$

$$II: \quad \frac{BM}{\sin\sphericalangle C} = \frac{MC}{\sin 60°}$$

נחלק את שתי המשוואות, על-ידי כפל בהופכי,

ונשים לב ש- $\sin\sphericalangle A = \sin(90° - \sphericalangle C) = \cos\sphericalangle C$ **.**

$$\frac{I}{II}: \quad \frac{BM}{\sin\sphericalangle A}\cdot\frac{\sin\sphericalangle C}{BM} = \frac{AM}{\sin 30°}\cdot\frac{\sin 60°}{MC}$$

$$\frac{\sin\sphericalangle C}{\cos\sphericalangle C} = \frac{x\sqrt{3}\cdot\sin 60°}{\sin 30°\cdot 4x}$$

$$\tan\sphericalangle C = 0.75$$

$$\boxed{\sphericalangle C = 36.87°} \quad \boxed{\sphericalangle A = 53.13°}$$

תשובה: $\sphericalangle A = 53.13°$ **,** $\sphericalangle B = 90°$ **,** $\sphericalangle C = 36.87°$ **.**

(2) שתי משוואות על פי משפט הסינוסים.

$\underline{\Delta ABM}$

$$\frac{BM}{\sin 53.13°} = 2R_{\Delta ABM}$$

$$\frac{8}{2\sin 53.13°} = R_{\Delta ABM}$$

$$\boxed{R_{\Delta ABM} = 5}$$

$\underline{\Delta CMB}$

$$\frac{BM}{\sin 36.87°} = 2R_{\Delta CMB}$$

$$\frac{8}{2\sin 36.87°} = R_{\Delta CMB}$$

$$\boxed{R_{\Delta CMB} = 6\frac{2}{3}}$$

תשובה: $R_{\Delta ABM} = 5$ **,** $R_{\Delta CMB} = 6\frac{2}{3}$ **.**

ב. הערה - ΔABM **קהה זווית, ולכן מרכז המעגל החוסם נמצא מחוץ למשולש.**

(1) נראה שהמרובע BO_1MO_2 **הוא דלתון.**

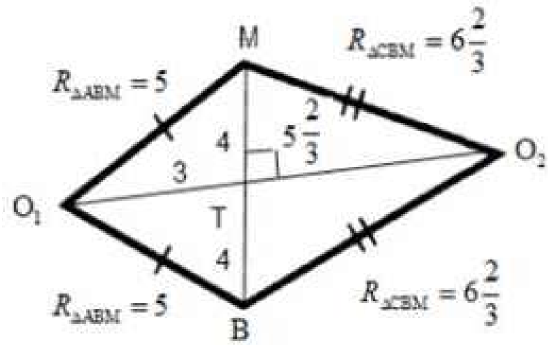
$$O_1M = O_1B = R_{\Delta ABM} = 5$$

$$O_2M = O_2B = R_{\Delta CBM} = 6\frac{2}{3}$$

מכאן שקיימים שני זוגות שונים של צלעות סמוכות שוות, והמרובע BO_1MO_2 **הוא דלתון.**

תשובה: הוכחנו שהמרובע BO_1MO_2 **הוא דלתון.**

(2) נצייר את הדלתון.



אלכסוני הדלתון מאונכים זה לזה, והאלכסון הראשי מאונך לאלכסון המשני.

לכן, $MT = \frac{8}{2} = 4$ **.**

בעזרת שני משפטי פיתגורס, נקבל:

$$\underline{\Delta O_1TM}$$

$$O_1T = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\underline{\Delta O_2TM}$$

$$O_2T = \sqrt{(6\frac{2}{3})^2 - 4^2} = 5\frac{1}{3}$$

ומכאן ש- $O_1O_2 = 3 + 5\frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$ **.**

תשובה: $O_1O_2 = 8\frac{1}{3}$ **.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$ **.**

נתון כי הפונקציה מוגדרת לכל x **, כלומר הביטוי שבתוך השורש חיובי לכל** x **.**

אם $a=0$ **, אז הביטוי שבתוך השורש יהיה של פונקציה קווית יורדת,** $-2x+1$ **, ששלילי עבור** $x<0.5$ **.**

לכן $a\neq 0$ **, והביטוי שבתוך השורש הוא של פונקציה ריבועית, פרבולה.**

עבור $a>0$ **, הפרבולה תהייה בעלת מינימום ("צוחקת"), וחיובית תמיד כאשר** $\Delta<0$ **.**

$$\Delta=(-2)^2-4\cdot a\cdot 1<0$$
$$4<4a$$
$$\boxed{1<a} \quad a>0 \quad o.k.$$

תשובה: הוכחנו כי $a>1$ **.**

ב. (1) המונה מתאפס עבור $x=\dfrac{1}{a}$ **, ובהתאם נקודת החיתוך עם ציר ה-** x **היא** $(\dfrac{1}{a},\ 0)$ **.**

נציב $x=0$ **ונקבל** -1 **, ובהתאם נקודת חיתוך עם ציר ה-** y **היא** $(0,\ -1)$ **.**

תשובה: $(\dfrac{1}{a},\ 0)$ **,** $(0,\ -1)$ **.**

(2) נמצא אסימפטוטות המקבילות לציר ה- x **.**

$a>1$ **, ולכן עבור :** $x\to+\infty$ **ערכי** $f(x)$ **חיוביים , ועבור** $x\to-\infty$ **ערכי** $f(x)$ **שליליים.**

כיוון שהחזקות במונה ובמכנה שוות (ל- 1 **) , מתקבלות שתי אסימפטוטות אופקיות.**

לימין $y=+\dfrac{a}{\sqrt{a}}=\sqrt{a}$ **, ולשמאל** $y=-\dfrac{a}{\sqrt{a}}=-\sqrt{a}$ **.**

תשובה: $y=\sqrt{a}$ $(x\to+\infty)$ **,** $y=-\sqrt{a}$ $(x\to-\infty)$ **.**

(3) נמצא תחומי עלייה וירידה:

$$f(x)=\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$$

$$f'(x)=\frac{a\sqrt{ax^2-2x+1}-\dfrac{(ax-1)(2ax-2)}{2\sqrt{ax^2-2x+1}}}{ax^2-2x+1}$$

$$f'(x)=\frac{2a(ax^2-2x+1)-(2a^2x^2-2ax-2ax+2)}{2(ax^2-2x+1)\sqrt{ax^2-2x+1}}$$

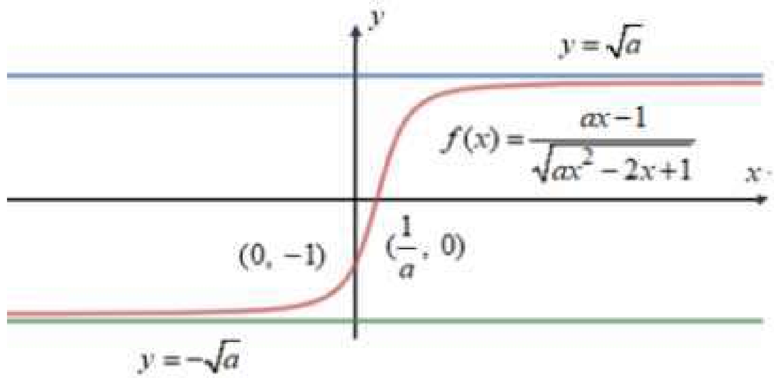
$$f'(x)=\frac{2a^2x^2-4ax+2a-2a^2x^2+2ax+2ax-2}{2\sqrt{(ax^2-2x+1)^3}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2a-2}{2\sqrt{(ax^2-2x+1)^3}}}$$

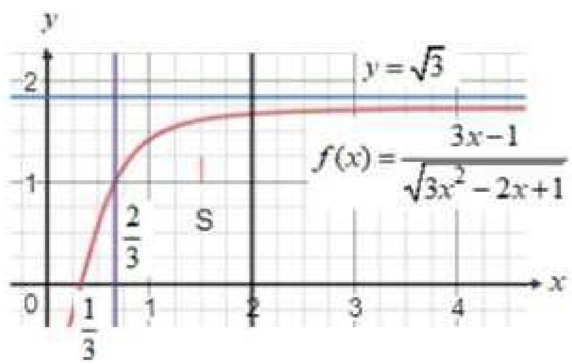
מכנה הנגזרת חיובי. מונה הנגזרת חיובי עבור $a>1$ **, ולכן הנגזרת חיובית לכל** x **.**

תשובה: עלייה: כל x **, ירידה: אף** x **.**

(4) סרטוט הסקיצה המתאימה.



ג. נציב $a=3$ **, ובהתאם:** $f(x)=\frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}$ **(עולה לכל** x**, כי** $a>1$ **) .**



נחשב את השטח המבוקש, על ידי זיהוי הנגזרת הפנימית.

$$S=\int_{\frac{2}{3}}^{2}\frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}\cdot(6x-2)\right)dx=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3x^2-2x+1}\Big]_{\frac{2}{3}}^{2}$$

$$S=\sqrt{3x^2-2x+1}\Big]_{\frac{2}{3}}^{2}$$

$$\left.\begin{matrix} x=2 & \quad 3 \\ x=\frac{2}{3} & \quad 1 \end{matrix}\right\} S=2$$

תשובה: גודל השטח הוא 2 **יח"ר.**

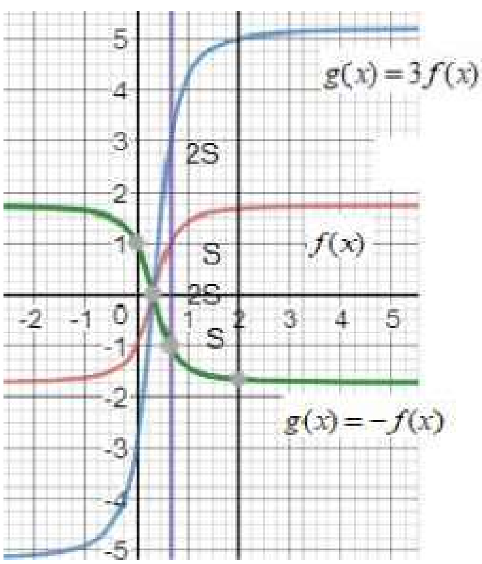
ד. נשים לב שהשטח המדובר, בסעיף זה, הוא בין $f(x)$ **ל-** $g(x)$ **(ולא בין** $g(x)$ **לציר ה-** x**).**

כאשר $g(x)=3f(x)$ **, נקבל** $\int_{\frac{2}{3}}^{2}(g(x)-f(x))\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}(3f(x)-f(x))\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}(2f(x))\,dx=2\int_{\frac{2}{3}}^{2}f(x)\,dx=2S$ **.**

כאשר $g(x)=-f(x)$ **, נקבל** $\int_{\frac{2}{3}}^{2}(f(x)-g(x))\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}(f(x)-(-f(x))\,dx=\int_{\frac{2}{3}}^{2}(2f(x))\,dx=2\int_{\frac{2}{3}}^{2}f(x)\,dx=2S$ **.**

תשובה: $g(x)=3f(x)$ **או** $g(x)=-f(x)$ **.**

<u>סרטוט מתאים (לא חובה)</u>



א. נתונה הפונקציה: $f(x)$ שהיא גזירה , מוגדרת לכל x , ו- $f(x) \neq 0$ לכל x .

אם $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ באותו הקטע, אז $g(x)$ מוגדרת לכל x , כי $f(x) \neq 0$ בקטע זה.

$g'(x) = \frac{-f'(x)}{f^2(x)}$, כלומר סימני $g'(x)$ נגדיים לאלו של $f'(x)$.

אם $f(x)$ עולה בקטע מסוים, אז $f'(x) \geq 0$ בתחום זה (כאשר $f'(x) = 0$ בתחום, יש נקודת פיתול), ומתקבל ש- $g'(x) \leq 0$ ו- $g(x)$ יורדת בקטע זה. (כאשר $g'(x) = 0$ בתחום, יש נקודת פיתול).

אם $f(x)$ יורדת בקטע מסוים, אז $f'(x) \leq 0$ בתחום זה (כאשר $f'(x) = 0$ בתחום, יש נקודת פיתול), ומתקבל ש- $g'(x) \geq 0$ ו- $g(x)$ עולה בקטע זה. (כאשר $g'(x) = 0$ בתחום, יש נקודת פיתול).

תשובה: הוכחנו.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$.

$\sin^2 x \geq 0$, ולכן $2 + \sin^2 x \geq 2$.

$-1 \leq \cos x \leq 1$, ולכן $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2 \geq 1$.

תשובה: לא קיים x , עבורו $g(x) = 0$.

ג. (1) נראה ש- $g(x)$ פונקציה זוגית (סימטרית לציר ה- y) , כלומר $g(-x) = g(x)$.

$$g(-x) = \sin^2(-x) + \cos(-x) + 2$$
$$g(-x) = (-\sin x)^2 + \cos(x) + 2$$
$$g(-x) = \sin^2 x + \cos x + 2$$
$$\boxed{g(-x) = g(x)}$$

תשובה: כן, $g(x)$ היא פונקציה זוגית.

(2) נראה ש- $g(x) = g(x + 2\pi)$. תזכורת – המחזוריות של פונקציות ה- $\sin(x)$ וה- $\cos(x)$ היא 2π .

$$g(x + 2\pi) = \sin^2(x + 2\pi) + \cos(x + 2\pi) + 2$$
$$g(x + 2\pi) = \sin^2(x) + \cos(x) + 2$$
$$\boxed{g(x + 2\pi) = g(x)}$$

תשובה: הוכחנו, $g(x) = g(x + 2\pi)$.

(3) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של $g(x)$ בתחום $0 \le x \le \pi$, ונקבע את סוגן.

נקודות קצה: $(\pi, 1)$ **,** $(0, 3)$ **.**

$$g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$$

$$\boxed{g'(x) = 2\sin x \cos x - \sin x}$$

$$0 = 2\sin x \cos x - \sin x$$

$$0 = \sin x(2\cos x - 1)$$

$$\sin x = 0 \qquad \cos x = 0.5 = \cos\frac{\pi}{3}$$

$$x = \pi k \qquad x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k \quad x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$x = 0 \quad \rightarrow (0, 3), \quad x = \pi \quad \rightarrow (\pi, 1) \quad (\textit{edge points})$$

$$x = \frac{\pi}{3} \quad \rightarrow g(\frac{\pi}{3}) = 3.25 \quad \rightarrow \boxed{(\frac{\pi}{3}, 3.25)}$$

נבנה טבלה לזיהוי נקודות קיצון המוחלט, בעזרת ערכי הפונקציה .

x	0		$\frac{\pi}{3}$		π
$g(x)$	3		3.25		1
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min

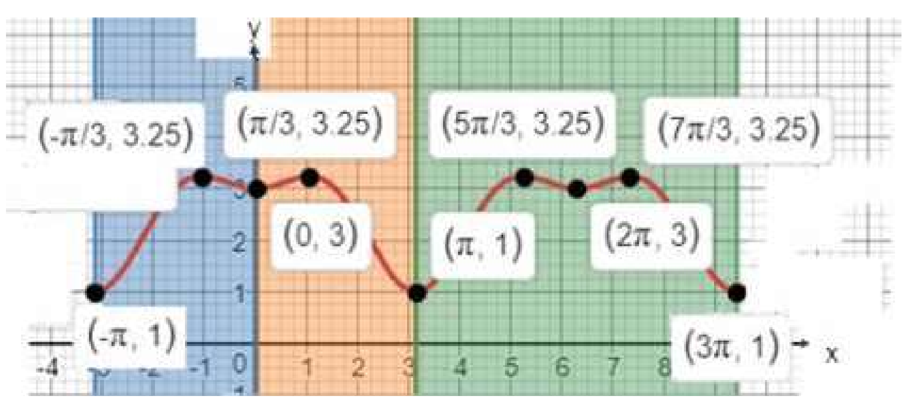
תשובה: $(\pi, 1)$ **מינימום ,** $(\frac{\pi}{3}, 3.25)$ **מקסימום ,** $(0, 3)$ **מינימום.**

(4) נסרטט את הסקיצה המתאימה של $-\pi \le x \le 3\pi$, בשלושה שלבים.

הסרטוט בתחום $0 \le x \le \pi$, על פי תת סעיף (3).

הסרטוט בתחום $-\pi \le x \le \pi$, על פי הסימטריה לציר ה- y, בהתאם לזוגיות של הפונקציה.

הסרטוט בתחום $-\pi \le x \le 3\pi$, על פי $g(x) = g(x + 2\pi)$.



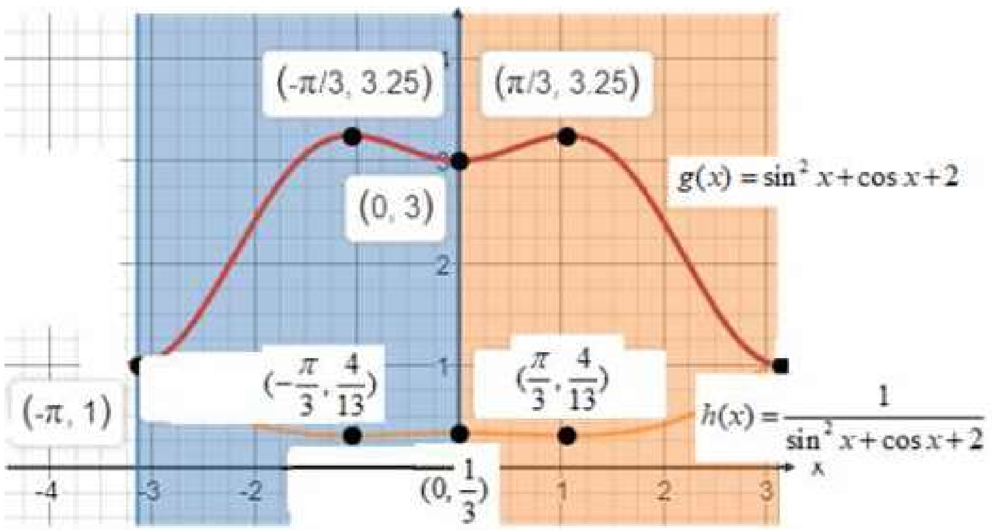
ד. (1) נתונה הפונקציה $h(x)=\frac{1}{\sin^2 x+\cos x+2}$ **, כלומר** $h(x)=\frac{1}{g(x)}$ **.**

כיוון שלא קיים x **, עבורו** $g(x)=0$ **, אז מכנה** $h(x)=\frac{1}{g(x)}$ **לא מתאפס.**

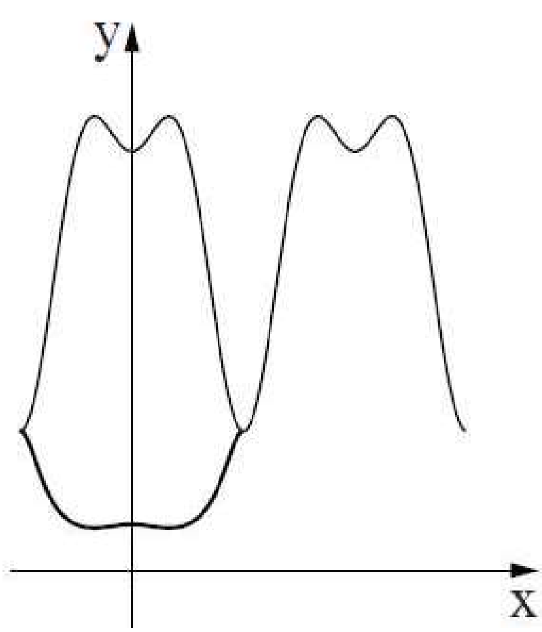
תשובה: תחום ההגדרה של $h(x)$ **הוא כל** x **.**

(2) נסרטט את $h(x)=\frac{1}{g(x)}$ **, בתחום** $-\pi \le x \le \pi$ **, בהתבסס על סעיף א.**

כאשר $g(x)$ **עולה אז** $h(x)$ **יורדת, וכאשר** $g(x)$ **יורדת אז** $h(x)$ **עולה.**



או סרטוט של $h(x)$ **, בתחום** $-\pi \le x \le \pi$ **, ושל** $g(x)$ **בתחום** $-\pi \le x \le 3\pi$ **.**



א. צלעות הריבוע מקבילות זו לזו, ולכן על-פי משפט תאלס $\frac{LK}{DC}=\frac{EK}{EC}=\frac{EL}{ED}$.

מכאן ש- $\Delta KLE \sim \Delta CDE$ **(משפט דמיון צלע צלע צלע).**
במשולשים דומים – יחס הגבהים שווה ליחס הצלעות המתאימות.

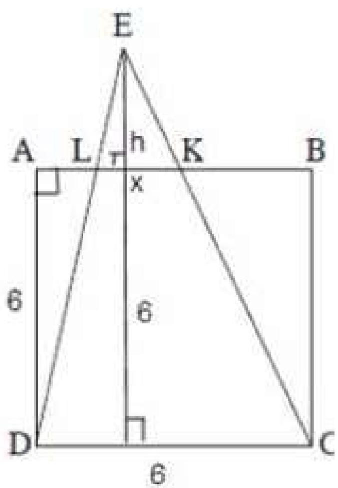
נסמן $LK=x$ **, ולכן** $\frac{x}{6}=\frac{h}{h+6}$**.**

נביע את h **באמצעות** x **.**

$$x(h+6)=6h \quad \rightarrow xh+6x=6h$$
$$6x=6h-xh \quad \rightarrow 6x=h(6-x)$$
$$\boxed{h=\frac{6x}{6-x}}$$

תשובה: גובה ΔKLE **הוא** $h=\frac{6x}{6-x}$.

ב. הפונקציה שיש להביא ל*מינימום* היא $S=S_{\Delta KLE}+S_{\Delta ADL}+S_{\Delta BCK}$**.**



$$S=\frac{xh}{2}+\frac{AL\cdot AD}{2}++\frac{KB\cdot BC}{2}$$
$$S=\frac{x}{2}\cdot\frac{6x}{(6-x)}+\frac{AL\cdot 6}{2}++\frac{KB\cdot 6}{2}$$
$$S=\frac{3x^2}{6-x}+3(AL+KB)$$
$$S=\frac{3x^2}{6-x}+3(6-x)$$
$$\boxed{S=\frac{3x^2}{6-x}+18-3x}$$
$$S'=\frac{6x(6-x)-(-1)3x^2}{(6-x)^2}-3=\frac{36x-6x^2+3x^2-3(36-12x+x^2)}{(6-x)^2}$$
$$S'=\frac{36x-6x^2+3x^2-108+36x-3x^2}{(6-x)^2}$$
$$\boxed{S'=\frac{-6x^2+72x-108}{(6-x)^2}}$$
$$0=-6x^2+72x-108$$
$$\cancel{x=6+3\sqrt{2}\sim 10.24} \quad \leftarrow 0\le x\le 6$$
$$\boxed{x=6-3\sqrt{2}\sim 1.76}$$

מכנה הנגזרת חיובי.

מונה הנגזרת הוא של פרבולה הפוכה, העוברת משליליות לחיוביות עבור $x=6-3\sqrt{2}$ **,**

ולכן, פונקציית סכום השטחים עוברת מירידה לעלייה, ומכאן $x=6-3\sqrt{2}$ **מינימום.**

תשובה: $x=6-3\sqrt{2}\sim 1.76$ **מינימום , עבורו** $S_{\Delta KLE}+S_{\Delta ADL}+S_{\Delta BCK}$ **הוא מינימלי.**