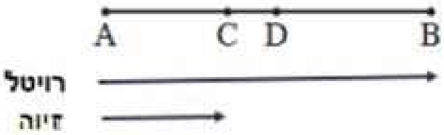
א. רויטל וזיוה יצאו באותו זמן מנקודה A, כאשר רויטל רכבה עד לנקודה B וזיוה הלכה עד לנקודה C.

כאשר הזמן קבוע, הרי שהמרחק הוא ביחס ישר למהירות.



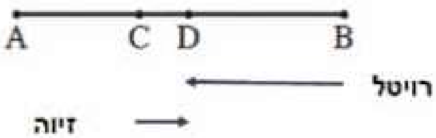
כיוון שיחס המרחקים הוא $\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\frac{3}{8}$ **,**

הרי שגם יחס המהירויות הוא $3:8$ **.**

תשובה: היחס בין מהירות ההליכה של זיוה למהירות הרכיבה של רויטל הוא $3:8$ **.**

ב. נסמן את המהירות ההתחלתית של רויטל ב- $8b$ **, ובהתאם המהירות ההתחלתית של זיוה היא** $3b$ **.**

רויטל וזיוה יצאו באותו זמן,



כאשר רויטל רכבה מנקודה B **לנקודה** D **, במהירות** $8b+3$**,**

וזיוה הלכה מנקודה C **עד לנקודה** D**, במהירות ההתחלתית** $3b$**.**

כיוון שיחס המרחקים הוא $\frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{DB}}=\frac{6}{19}$ **,**

הרי שגם יחס המהירויות הוא $6:19$ **.**

$$\frac{3b}{8b+3}=\frac{6}{19}$$
$$19b=2(8b+3)$$
$$19b=16b+6$$
$$\boxed{b=2}$$
$$\boxed{3b=6}$$
$$\boxed{8b=16}$$

תשובה: המהירות ההתחלתית של רויטל היא 16 **קמ"ש, והמהירות ההתחלתית של זיוה היא** 6 **קמ"ש .**

ג. רויטל וזיוה יצאו באותו זמן,

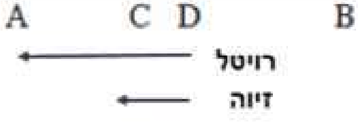
כאשר רויטל רכבה מנקודה D **לנקודה** A **, במהירות** 19 **קמ"ש,**

וזיוה הלכה מנקודה D **לכיוון נקודה** A**,**

מרחק של פחות ממחצית הדרך בין נקודות אלו, במהירות $6+k$ **(**$k>0$**).**

לכן, זמן הרכיבה של רויטל, קטן מהזמן שהיה לוקח לזיוה לעבור את חצי המרחק:

$$\frac{\mathrm{AD}}{19}<\frac{0.5\mathrm{AD}}{6+k}$$
$$6+k<9.5$$
$$k<3.5 \quad \rightarrow \boxed{0<k<3.5}$$



תשובה: $0<k<3.5$**.**

א. בסדרה ההנדסית a_n, שמנתה q, יש n איברים.

(1) מספר האיברים בסדרה, החל מ- a_5 הוא $n-4$, כי לפניו יש 4 איברים בסדרה.

לכן a_5 הוא האיבר הראשון מבין $n-4$ האיברים האחרונים.

	$n-4$ איברים אחרונים
A_1	$a_5=a_1q^4$
Q	q
N	$n-4$

$$\boxed{S_{last\ n-4}=\frac{a_5(q^{n-4}-1)}{q-1}=\frac{a_1q^4(q^{n-4}-1)}{q-1}}$$

תשובה: $\frac{a_5(q^{n-4}-1)}{q-1}$.

(2) נמצא את מנת הסדרה,

כאשר נתון כי סכום $n-4$ האיברים הראשונים קטן פי 16 מסכום איברי הסדרה החל מ- a_5.

$$S_{last\ n-4}=16S_{n-4}$$

$$\frac{a_1q^4(q^{n-4}-1)}{q-1}=\frac{16a_1(q^{n-4}-1)}{q-1}$$

$$q^4=16$$

$$\boxed{q=2}$$

הפתרון $q=(-2)$ נפסל, כי נתון שכל איברי הסדרה הם מספרים טבעיים,

ועבור מנה שלילית, היינו מקבלים איברים חיוביים ושליליים, לסירוגין,

כאשר מספר טבעי הוא שלם וחיובי.

תשובה: מנת הסדרה היא 2.

ב. נתונה סדרה הנדסית חדשה b_k, שבה $b_k = a_k + a_{k+1} + a_{k+2}$

הנתון $k \le n-2$ מובן מאליו, כי בסדרה b_k שני איברים פחות מהסדרה a_n.

(1) נוכיח שהסדרה b_k היא סדרה הנדסית.

$$\frac{b_{k+1}}{b_k} = \frac{a_{k+1} + a_{k+2} + a_{k+3}}{a_k + a_{k+1} + a_{k+2}}$$

$$\frac{b_{k+1}}{b_k} = \frac{a_{k+1}(1+q+q^2)}{a_k(1+q+q^2)}$$

$$\frac{b_{k+1}}{b_k} = q$$

$$\frac{b_{k+1}}{b_k} = 2$$

ולכן הסדרה הנדסית, כי המנה בין כל שני איברים עוקבים קבועה, ושווה ל- $q=2$, מנת הסדרה המקורית.

תשובה: הוכחנו שהסדרה b_k היא סדרה הנדסית (ומנתה 2).

(2) נוכיח שכל אחד מאיברי הסדרה b_k מתחלק ב- 7 ללא שארית.

$$b_k = b_1 q^{n-1}$$

$$b_k = b_1 \cdot 2^{n-1}$$

$$b_1 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$b_1 = a_1 + a_1 \cdot 2 + a_1 \cdot 2^2$$

$$b_1 = 7a_1$$

$$b_k = 7a_1 \cdot 2^{n-1}$$

$$\boxed{\frac{b_k}{7} = a_1 \cdot 2^{n-1}}$$

כיוון ש- a_1 הוא מספר טבעי, ו- 2^{n-1} הוא מספר טבעי,

הרי ש- $\frac{b_k}{7}$ הוא מספר טבעי, ולכן b_k מתחלק ב- 7 ללא שארית.

תשובה: הוכחנו שכל אחד מאיברי הסדרה b_k מתחלק ב- 7 ללא שארית.

ג. נתונה סדרה הנדסית אינסופית חדשה c_n **, שבה** $c_1=\frac{1}{b_1}$ **ו-** $c_2=\frac{1}{b_2}$ **.**

נתון שסכום הסדרה c_n **שווה ל-** $\frac{1}{91}$ **.**

כיוון שלסדרה אינסופית יש סכום, הרי שזו סדרה הנדסית אינסופית מתכנסת.

נתון שהסדרה הנדסית, ולכן ניתן לחשב את מנתה על פי שני איברים עוקבים כלשהם.

$$\frac{c_2}{c_1}=\frac{1}{b_2}\cdot\frac{b_1}{1}$$

$$\boxed{\frac{c_2}{c_1}=\frac{1}{2}}$$

$$S_c=\frac{1}{91}$$

$$\frac{c_1}{1-\frac{1}{2}}=\frac{1}{91}$$

$$\boxed{c_1=\frac{1}{182}}$$

$$c_1=\frac{1}{b_1}\quad\rightarrow\boxed{b_1=182}$$

$$b_1=7a_1$$

$$182=7a_1$$

$$\boxed{a_1=26}$$

תשובה: $a_1=26$ **.**

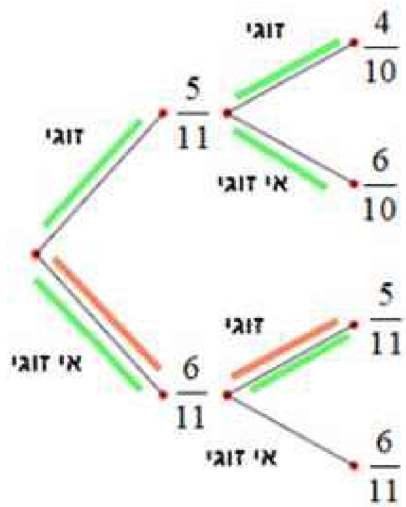
א. בכד יש 11 **כדורים, הממוספרים בסדר עולה, מ-** 1 **ועד** 11**.**

לכן יש 6 **כדורים עם מספר אי-זוגי, ו-** 5 **כדורים עם מספר זוגי.**

נציג עץ אפשרויות מתאים, כאשר נשים לב שאם הוצא מהכד כדור שעליו מספר זוגי, הוא אינו מוחזר לכד.

מכפלה זוגית ($\times\ is\ even$ **) תתקבל כאשר אחד מהכדורים, או שניהם, הוא עם מספר זוגי.**

מכפלה אי-זוגית ($\times\ is\ odd$ **) תתקבל רק אם שני הכדורים שהוצאו הם עם מספר אי-זוגי.**



ההסתברות , שנרשמו שני מספרים שמכפלתם זוגית היא $P(\times\ is\ even)=1-\frac{6}{11}\cdot\frac{6}{11}=\frac{85}{121}$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{85}{121}$.

ב. נחשב את ההסתברות לכדור ראשון עם מספר אי-זוגי, אם ידוע שהמכפלה שנרשמה היא זוגית.

(החלק של המסלול האדום מתוך המסלולים הירוקים.)

$$P(1st\ ball\ is\ odd\ /\times\ is\ even)=\frac{P(1st\ ball\ is\ odd\cap\times\ is\ even)}{P(\times\ is\ even)}=\frac{\frac{6}{11}\cdot\frac{5}{11}}{\frac{85}{121}}=\frac{30}{85}=\frac{6}{17}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{6}{17}$.

ג. בכד השני מספר זוגי של כדורים, שעליהם מספרים טבעיים, ולכן $P(odd)=P(even)=0.5$.

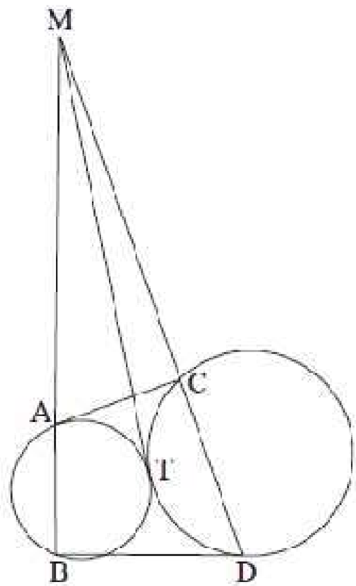
ההסתברויות לא משתנות, לאחר הוצאת כדור, כי מחזירים אותו לכד לאחר שרושמים את המספר שעליו.

(1) $P(\times\ is\ even)=1-P(odd,odd)=1-0.5\cdot0.5=0.75$**.**

תשובה: ההסתברות שמכפלת שני המספרים שנרשמו היא זוגית שווה ל- 0.75 .

(2) $P(\times\ is\ even)=1-(P(odd))^k=1-0.5^k$**.**

תשובה: ההסתברות שמכפלת כל k **המספרים שנרשמו היא זוגית שווה ל-** $1-0.5^k$.



<u>נתונים</u>

1. שני מעגלים משיקים מבחוץ בנקודה T .

2. MT **משיק משותף.**

עבור ב. 3. $S_{\Delta MAC} = S_{ABDC}$.

עבור ג. 4. אלכסוני $ABDC$ **מאונכים זה לזה.**

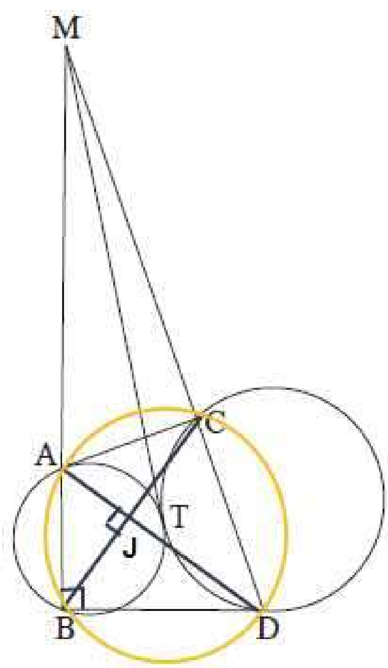
5. AD **קוטר במעגל חוסם** $ABDC$.

צ"ל: א. (1) $MA \cdot MB = MC \cdot MD$ **(2)** $ABDC$ **בר חסימה.**

ב. $\frac{BD}{AC}$ **ג.** ΔABC **שווה שוקיים.**

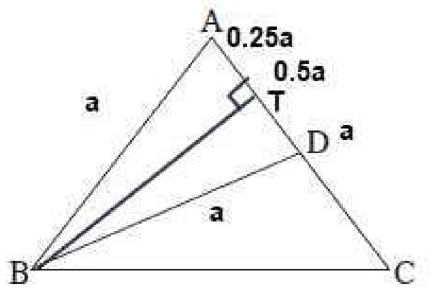
הסבר		טענה	נימוק
1	6	שני מעגלים משיקים ב- T	
2	7	משיק משותף	
7 ,6	8	$MA \cdot MB = (MT)^2$ $MC \cdot MD = (MT)^2$	אם מנקודה יוצא משיק וחותך למעגל, אז ריבוע המשיק שווה למכפלת החותך בחלקו החיצוני
8	9	$MA \cdot MB = MC \cdot MD$	כלל המעבר
		מ.ש.ל. א (1)	
9	10	$\frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MB}$	
	11	$\sphericalangle AMC = \sphericalangle DMB$	
11 ,10	12	$\Delta AMC \sim \Delta DMB$	משפט דמיון צלע זווית צלע
12	13	$\sphericalangle MAC = \sphericalangle MDB$	זוויות מתאימות במשולשים דומים
13	14	$\sphericalangle MAC + \sphericalangle CAB = 180^\circ$	זוויות צמודות משלימות ל- 180°
14 ,13	15	$\sphericalangle MDB + \sphericalangle CAB = 180^\circ$	
15	16	$ABDC$ בר חסימה	סכום זוויות נגדיות 180°
		מ.ש.ל. א (2)	
3	17	$S_{\Delta MAC} = S_{ABDC}$	
17	18	$\frac{S_{\Delta DMB}}{S_{\Delta AMC}} = \frac{2}{1}$	כללי פרופורציה
18 ,12	19	$\frac{BD}{AC} = \sqrt{2}$	יחס שטחים של משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון
		מ.ש.ל. ב	

הסבר		טענה	נימוק
16	20	$\sphericalangle CBD = \sphericalangle CAD$	זוויות היקפיות שוות כי נשענות על קשת משותפת $\overset{\frown}{CD}$
5	21	AD קוטר במעגל חוסם $ABDC$	
21	22	$\sphericalangle ABD = 90°$	זווית היקפית הנשענת על הקוטר היא ישרה
22	23	$\sphericalangle ABC = 90° - \sphericalangle CBD$	
4	24	$\sphericalangle BJD = 90°$	
23, 24	25	$\sphericalangle CBD = \sphericalangle JAB$	סכום זוויות $180°$ ב- ΔABJ
20, 25	26	$\sphericalangle JAB = \sphericalangle CAD$	כלל המעבר
22, 26	27	ΔABC שווה שוקיים	חוצה זווית וגובה (AJ) מתלכדים זה עם זה
מ.ש.ל. ג			



א. ΔABC **שווה שוקיים,** $AB = AC = a$ **, כאשר** BD **תיכון, ולכן** $AD = DC = 0.5a$ **.**

ΔABD **שווה שוקיים,** $AB = DB = a$ **, ובהתאם נוריד גובה** BT **שהוא גם תיכון, ולכן** $AT = TD = 0.25a$ **.**



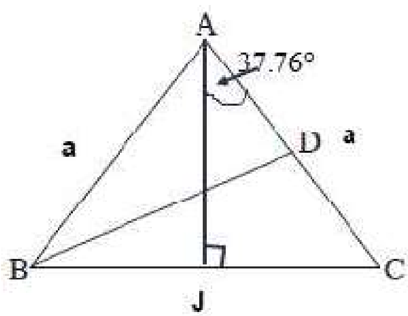
$\underline{\Delta ATB}$

$$\cos\sphericalangle A = \frac{AT}{AB} = \frac{0.25a}{a} = 0.25$$

$$\boxed{\sphericalangle A = 75.52^\circ}$$

ΔABC **שווה שוקיים,** BD **תיכון, ובהתאם נוריד גובה** AJ **,**

שהוא גם תיכון, ולכן $BJ = TC$ **, וגם חוצה זווית ולכן** $\sphericalangle JAC = \frac{75.52^\circ}{2} = 37.76^\circ$ **.**



$\underline{\Delta AJC}$

$$\sin 37.76^\circ = \frac{JC}{AC}$$

$$a\sin 37.76^\circ = JC$$

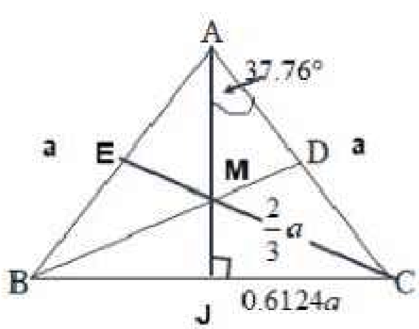
$$\boxed{JC = 0.6124a}$$

$$\boxed{BC = 1.2247a}$$

תשובה: $BC = 1.2247a$ **.**

ב. M **מפגש תיכונים ב-** ΔABC **ולכן** $BM = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3}a$ **(תיכונים חותכים זה את זה ביחס** $2:1$ **)**

ΔBMC **שווה שוקיים,** $BM = MC = \frac{2}{3}a$ **(** $\Delta BDC \cong \Delta CEB$ **על פי מ.ח. צ.ז.צ)**



$\underline{\Delta CMJ}$

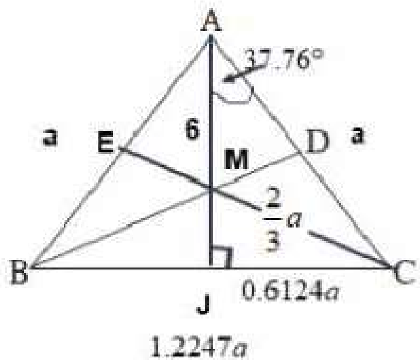
$$\cos\sphericalangle MCJ = \frac{CJ}{MC} = \frac{0.6124a}{\frac{2}{3}a} = \frac{3\sqrt{6}}{8}$$

$$\boxed{\sphericalangle MCJ = 23.28^\circ}$$

$$\boxed{\sphericalangle B = \sphericalangle C = 23.28^\circ, \sphericalangle M = 133.43^\circ}$$

תשובה: זוויות ΔBMC **הן:** $\sphericalangle B = \sphericalangle C = 23.28^\circ, \sphericalangle M = 133.43^\circ$ **.**

ג. $AM = 6$ **, ולכן** $AJ = 9$ **.**



$\underline{\Delta CAJ}$

$$\cos 37.76° = \frac{AJ}{AC}$$

$$a = \frac{9}{\cos 37.76°}$$

$$\boxed{a = 11.384}$$

נחשב את שטח ΔABC **.**

$$BC = 1.2247 \cdot 11.384$$

$$\boxed{BC = 13.94}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AJ}{2} = \frac{13.94 \cdot 9}{2}$$

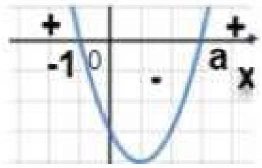
$$\boxed{S_{\Delta ABC} = 62.74}$$

תשובה: $S_{\Delta ABC} = 62.74$ **.**

6

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{(x+1)(x-a)}}{x-2}$ **,** $a>2$ **פרמטר.**

(1) נמצא את תחום ההגדרה, כאשר הביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי והמכנה שונה מ- 0



המכנה: $x-2\neq 0$ **, לכן** $x\neq 2$ **.**

השורש: הביטוי שבשורש הוא של פרבולה ישרה,

שהיא אי-שלילית עבור $x\geq a$ **או** $x\leq -1$ **.**

נתון כי $a>2$ **, לכן ממילא** $x\neq 2$ **.**

תשובה: תחום ההגדרה: $x\geq a$ **או** $x\leq -1$ **.**

(2) בנקודת חיתוך עם ציר y **מתקיים, כי** $x=0$ **שלא בתחום ההגדרה.**

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ונקבל גם את נקודות הקצה של הפונקציה.**

תשובה: $(a,0)$ **,** $(-1,0)$**.**

(3) נמצא אסימפטוטות המקבילות לצירים:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\frac{\sqrt{(x+1)(x-a)}}{x-2}=\lim_{x\to\pm\infty} f(x)\frac{\sqrt{x^2}}{x-2}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{|x|}{x}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|}{x}=\frac{x}{x}=1 \quad \rightarrow \boxed{(x\to+\infty)\,y=1} \quad , \lim_{x\to-\infty}\frac{|x|}{x}=\frac{-x}{x}=-1 \quad \rightarrow \boxed{(x\to-\infty)\,y=-1}$$

תשובה: אסימפטוטות אנכית לציר ה- y **:** $(x\to+\infty)\,y=1$ **,** $(x\to-\infty)\,y=-1$ **.**

ואין אסימפטוטה אנכית לציר ה- x **.**

הערה: אין חובה להראות בעזרת גבולות, ניתן לרשום מייד את התוצאה.

חשוב להבין שהמכנה קובע את סימן ערכי הפונקציה , ולכן יש שתי אסימפטוטות אופקיות.

ב. נתון $f(a+2)=-f(2-a)$

$$\frac{\sqrt{(a+2+1)(a+2-a)}}{a+2-2}=-\frac{\sqrt{(2-a+1)(2-a-a)}}{2-a-2}$$

$$\frac{\sqrt{(a+3)\cdot 2}}{\cancel{a}}=\cancel{-}\frac{\sqrt{(3-a)(2-2a)}}{\cancel{-a}} \quad /(\,)^2$$

$$2a+6=2a^2-8a+6$$

$$2a^2-10a=0$$

$$\cancel{a=0} \quad \leftarrow a>2$$

$$\boxed{a=5}\ o.k. \quad \leftarrow \sqrt{8\cdot 2}=\sqrt{-2\cdot(-8)} \quad 4=4 \quad o.k.$$

תשובה: $a=5$ **.**

ג. נציב $a=5$ **בתבנית הפונקציה** $f(x)=\frac{\sqrt{(x+1)(x-5)}}{x-2}$ **.**

(1) $(5,0)$ **מינימום,** $(-1,0)$ **מקסימום, תהיינה נקודות קצה (סוגן נקבע על ידי הצבה).**

$$f(x)=\frac{\sqrt{x^2-4x-5}}{x-2}$$

$$f'(x)=\frac{\frac{(2x-4)(x-2)}{2\sqrt{x^2-4x-5}}-\sqrt{x^2-4x-5}}{(x-2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{(x-2)(x-2)-(x^2-4x-5)}{(x-2)^2\sqrt{x^2-4x-5}}$$

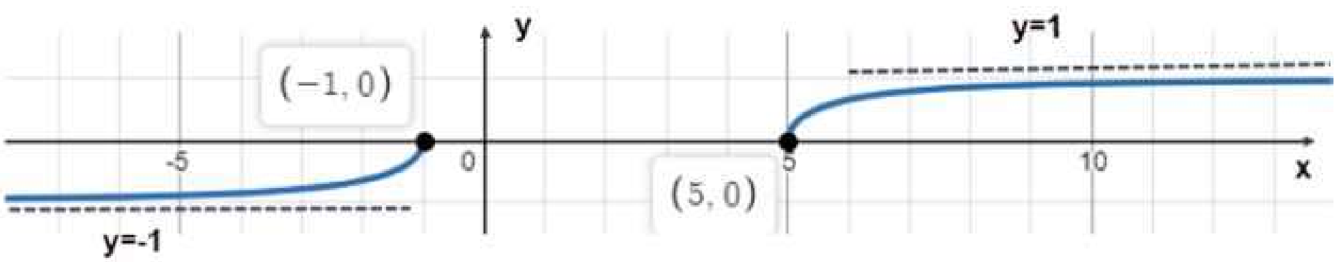
$$f'(x)=\frac{x^2-4x+4-x^2+4x+5}{(x-2)^2\sqrt{x^2-4x-5}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{9}{(x-2)^2\sqrt{x^2-4x-5}}}$$

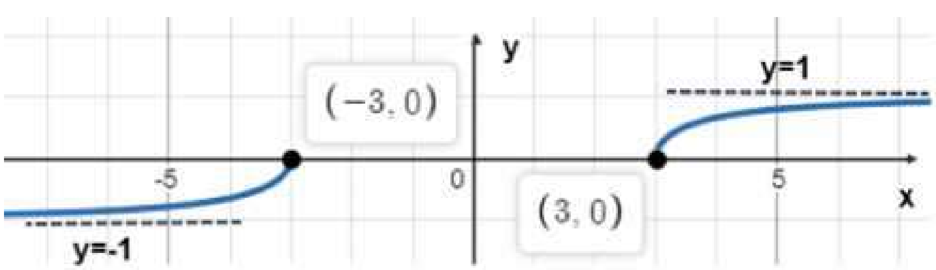
מכאן שהנגזרת חיובית בתחום ההגדרה.

תשובה: עלייה: $x>5$ **או** $x<-1$**, ירידה: אף** x **.**

(2) סקיצה של גרף הפונקציה.



ד. $f(x+2)$ **היא הזזה** 2 **יחידות שמאלה של** $f(x)$ **.**



א. בציור נתון גרף של הפונקציה המחזורית $f(x)$.

(1) ניתן לראות מהציור שהפונקציה עוברת בראשית הצירים $(0,0)$,

ונקודת הקיצון הראשונה שלה, על הקרן החיובית של ציר ה- x, היא נקודת מינימום .

$\sin(0)=0$, $\sin(2\cdot 0)=0$, $\cos(0)=1$, $\cos(2\cdot 0)=1$,

ולכן רק הגרפים של פונקציות I ו- II עוברים בראשית הצירים.

נקודת הקיצון, מימין לראשית, של פונקציית $\sin x$ הן $(\frac{\pi}{2},1)$ מקסימום ו- $(\frac{3\pi}{2},-1)$ מינימום.

לכן גרף I לא מתאים, כי $a^2>0$ ונקבל נקודת מקסימום.

נימוק אפשרי נוסף לפסילת גרף I הוא , שבתחום $0\le x\le \pi$ מתקיים $\sin x\ge 0$,

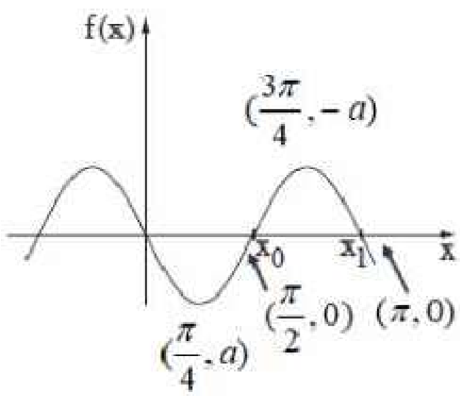
ולכן הגרף של $y=a^2\sin x$ לא יעבור מתחת לציר ה- x .

הגרף שמתאים, לפונקציה המחזורית $f(x)$, הוא גרף II של $y=a\sin 2x$,

שהמחזוריות שלה היא πk , ועבור $a<0$ נקבל ששתי נקודות הקיצון הראשונות מימין לראשית –

תהיינה $(\frac{\pi}{4},a)$ מינימום, ו- $(\frac{3\pi}{4},-a)$ מקסימום.

תשובה: הגרף שמתאים, לפונקציה המחזורית $f(x)$, הוא גרף II.



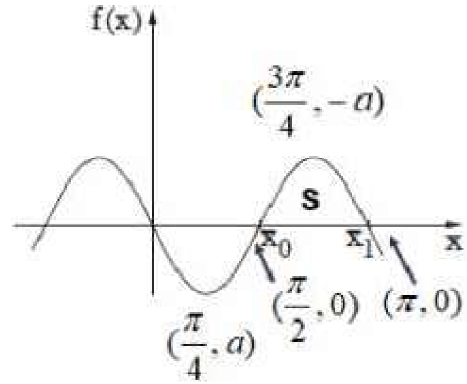
(2) תשובה: $a<0$ (הסבר ניתן בתת סעיף (1)).

(3) בנקודות החיתוך של $\sin x$ עם ציר ה- x מתקיים $x=\pi k$.

$f(x)=a\sin 2x$ **היא כיווץ פי 2 של $a\sin x$ ולכן נקודות החיתוך תהיינה $(\frac{\pi}{2},0)$ ו- $(\pi,0)$.**

תשובה: $x_1=\pi$, $x_0=\frac{\pi}{2}$.

ג. נחשב את השטח המבוקש.



$$S = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} a\sin 2x\, dx = -\frac{a}{2}\cos 2x \Big]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$\left.\begin{array}{ll} x=\pi & -\frac{a}{2}\cos 2\pi = -\frac{a}{2} \\ x=\frac{\pi}{2} & -\frac{a}{2}\cos \pi = \frac{a}{2} \end{array}\right\} S=-a$$

תשובה: גודל השטח המבוקש הוא $-a$ (הערה - $a<0$ ולכן גודל השטח הוא חיובי, כמובן).

ד. $S(t)=\int_{x_0}^{t} f(x)\,dx$ **, כאשר** $x_0 \le t \le x_1$ **- כלומר זו פונקציה שמתארת את הצטברות השטח,**

כאשר $x=t$ **נע בין שתי נקודות החיתוך** $(\frac{\pi}{2},0)$ **ו-** $(\pi,0)$**, השטח הולך וגדל,**

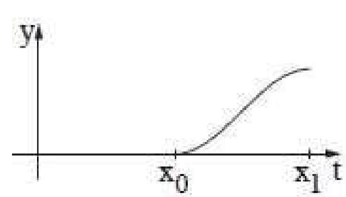
וניתן לראות שכאשר זזים עד לנקודת המקסימום $(\frac{3\pi}{4},-a)$ **הגידול בשטח הולך וגדל,**

ולאחר מכן הגידול בשטח הולך וקטן.

הדבר נובע מכך שהפונקציה קעורה כלפי מטה $\cap$ **בתחום** $\frac{\pi}{2}<x<\pi$**.**

לכן, גרף I **הוא המתאים, עולה תמיד, תחילה בגידול מואץ, ולאחר מכן בגידול מואט.**

תשובה: גרף I **מתאר את הפונקציה** $S(t)$**.**



I

8

א. תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x)=\dfrac{x^4+2x^3-21x^2-22x+40}{x+2}$

בתחום ההגדרה המכנה שונה מ- 0**, לכן** $x\neq -2$ **.**

תשובה : תחום ההגדרה $x\neq -2$ **.**

ב. נשים לב ש- $x=-2$ **מאפס את המונה, לכן נחלק את הפולינומים, ונמצא נקודת אי רציפות סליקה ("חור").**

$$
\begin{array}{l}
x^3-21x+20 \\
\hline
x^4+2x^3-21x^2-22x+40 \;\big|\; x+2 \\
\underline{x^4+2x^3} \\
= \quad = \quad -21x^2-22x+40 \\
\qquad\qquad \underline{-21x^2-42x} \\
\qquad\qquad\quad = \qquad 20x+40 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{20x+40} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad = \qquad =
\end{array}
$$

מכאן ש- $f(x)=x^3-21x+20,\quad x\neq -2$ **,**

כאשר $\lim\limits_{x\to -2} x^3-21x+20=(-2)^3-21\cdot(-2)+20=54$ **,**

ולכן $(-2,54)$ **נקודת אי רציפות סליקה, ואין אסימפטוטה אנכית.**

תשובה: לפונקציה $f(x)$ **אין אסימפטוטה אנכית.**

ב. $g(x)=x^3-21x+20$ **היא פונקציה רציפה, שמוגדרת לכל** x **.**

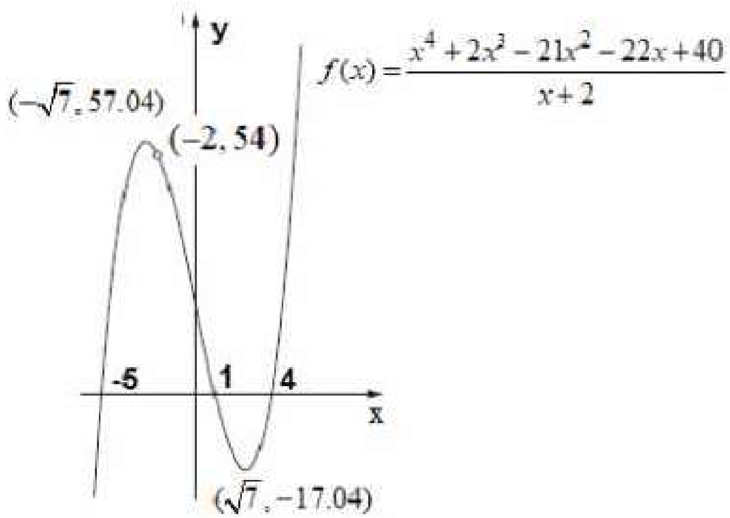
(1) תשובה: $f(x)=g(x)$ **עבור** $x\neq 2$ **.**

(2) נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ **.**

$$
\begin{array}{l}
f'(x)=3x^2-21,\quad x\neq -2 \\
0=3x^2-21 \\
(-\sqrt{7},57.04)\,,\,(\sqrt{7},-17.04) \\
f''(x)=6x,\quad x\neq -2 \\
f''(-\sqrt{7})<0 \quad \to \boxed{(-\sqrt{7},57.04),\ \max} \\
f''(\sqrt{7})>0 \quad \to \boxed{(\sqrt{7},-17.04),\ \min}
\end{array}
$$

תשובה: $(\sqrt{7},-17.04)$ **מינימום,** $(-\sqrt{7},57.04)$ **מקסימום.**

ג. נתונות נקודות החיתוך עם ציר ה- x : $(4,0)$, $(1,0)$, $(-5,0)$.



תשובה: הסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ מעל.

ד. $t>0$ הוא פרמטר.

הביטוי $\int_0^t f(x)\,dx$, מייצגת פונקציה שמתארת את הצטברות השטח, מימין לציר ה- y ,

בין $f(x)$ לבין ציר ה- x .

עד לנקודה $(1,0)$ השטח מעל לציר ה- x , ולכן חיובי וערך הביטוי גדל.

בין הנקודות $(1,0)$ ו- $(4,0)$ השטח מתחת לציר ה- x , ולכן שלילי וערך הביטוי קטן.

החל מהנקודה $(4,0)$ השטח שוב מעל לציר ה- x , ולכן חיובי וערך הביטוי גדל מחדש.

מכאן שערך הביטוי $\int_0^t f(x)\,dx$ מקבל ערך מינימלי כאשר $t=4$.

תשובה: ערך הביטוי $\int_0^t f(x)\,dx$ מקבל ערך מינימלי כאשר $t=4$.